بنیاد فرهنگ ایران که به فرمان [redacted] برای خدمت به زبان فارسی و حفظ و صیانت میراث گرانبهای فرهنگ این سرزمین تأسیس یافته طبع و نشر کتابها و آثار علمی دانشمندان پیشین ایران را از جمله وظایف خود قرار داده است .

در تاریخ پرافتخار کشور کهنسال ما قسمتی که کمتر شناخته شده کوشش های علمی دانشمندان این سرزمین و خدماتی است که ایشان به پیشرفت و بسط دانش جهان کرده اند آنچه از آثار این بزرگان به زبان عربی نوشته شده است اکنون مورد استفادهٔ همهٔ ایرانیان نیست و کتابهای فراوانی که به زبان فارسی تألیف یا ترجمه کرده اند نیز غالباً هنوز به چاپ نرسیده و نسخه های معدودی که از هر یک در کتابخانه های ایران یا کشورهای دیگر جهان مانده است از دسترس دانش پژوهان دور است .

به این سبب شاید در ذهن بعضی کسان این شبهه حاصل شده باشد که ایرانیان در زمانهای پیشین تنها به ادبیات و هنر و امور ذوقی می پرداخته و به دانش به معنی خاص توجه شایانی نداشته اند .

طبع و تصحیح و نشر کتابهای علمی قدیم هم برای روشن کردن تاریخ علم در ایران و جهان لازم و سودمند است و هم این کتب از نظر شیوهٔ بیان مطالب علمی و اصطلاحاتی که در آنها به کار رفته است مورد استفادهٔ دانشمندان فارسی زبان خواهد بود .

در این سلسله نشر کتابهائی که به زبان فارسی تألیف شده است مقدم داشته می شود اما بعضی از کتابها که دانشمندان ایران به زبان عربی نوشته اند و مطالب آنها به فارسی در نیامده است نیز ترجمه و منتشر خواهد شد .

فهرستی از اصطلاحات علمی که در هر کتاب به کار رفته است تدوین و به آخر آن افزوده می شود و هر جا که اصطلاحی با آنچه در فارسی امروز متداول است متفاوت باشد اصطلاح جدید در مقابل آن ثبت خواهد شد .

امید است که این خدمت فرهنگی مورد استفاده دانش پژوهان واقع شود .

دبیرکل
پرویز ناتل خانلری

علم در ایران ۱۷۰

نسوی نامه

تحقیق در آثار ریاضی علی بن احمد نسوی

پژوهش و نگارش
ابوالقاسم قربانی

انتشارات بنیاد فرهنگ ایران
«۱۴۵»

از این کتاب
۱۲۰۰ نسخه در زمستان ۱۳۵۱ در چاپخانهٔ زر
چاپ شد

فهرست مطالب

مقدمه

تدوین تاریخ ریاضیات درکشوری معلوم، و یا در فاصلهٔ معینی از زمان، مستلزم این است که آثار ریاضی مربوط به‌آن‌کشور و یاآن دوره مورد بررسی قرارگیرد و محتویات‌آنها با سایر آثار ریاضی تطبیق شود تـا بحث درسیر و تحول ریاضیات در مکان یا زمان مورد نظر امکان پذیر باشد.

اگرچه دانشمندان مغرب زمین ازصدو پنجاه سال پیش به‌این طرف دربارهٔ عـده‌ای ازآثار ریـاضی دانان دورهٔ اسلامی و از جمله ریاضی دانان ایـرانی تحقیقات‌جالب توجهی به‌عمل‌آورده‌اند، که فهرست عده‌ای ازآنها را درکتابهایی که‌سابقاً تألیف‌کرده‌ام[1] می‌توان یافت، ولی‌هنوز بسیاری ازآثارگرانبهای ریاضی‌دانان ایـرانی به‌صورت نسخه‌های خطی درکتابخانه‌های ایران و سایرکشورها دست نخورده باقی مانده است.

از قرن سوم هجری تا پایان عهد صفویه، کـه ایـرانیان‌کم و بیش بـا ریاضیات اروپائی‌آشنا شدند، بیش از چهل تن ریـاضی دان زبـر دست ایرانی می‌شناسیم که‌آثار نفیس وجالبی به‌وجودآورده‌اند. مثلاً کتاب «مقالید علم‌الهیئة» تألیف استاد ابوریحان بیرونی یک‌کتاب‌کامل مثلثات‌کروی و مـوارد استعمال آن در علم هیأت است و نخستین‌کتاب مثلثات‌کروی است کـه در دورهٔ اسلامی تألیف‌گردیده و شاهکاری است‌که باید ارزش علمی‌آن به‌جهانیان معرفی‌گـردد. همچنین‌کتاب «اعمال هندسی» تألیف ابوالوفای بوزجانی بدیعترین اثری است

---

۱ ـ رجـوع کنید بـه **قربانی: کاشانی نامه ـ قربانی : ریاضیدانان ـ قربانی: دوریاضی دان** درفهرست منابع‌کتاب حاضر.

که ریاضی دانان دورهٔ اسلامی دربارهٔ علم هندسه به‌وجود آورده‌اند. این کتابها و دهها کتاب دیگر مایهٔ افتخار و مباهات ما ایرانیان و میراث گرانبهای پیشینیان ما هستند که باید آنها را مورد کاوش و پژوهش قرار داد. کاوش و پژوهشی که باید توسط ریاضی دانـان به‌منظور تعیین ارزش علمی این آثار و روشن ساختن سیر ریاضیات در ایران صورت گیرد.

چگونگی تدوین کتاب حاضر

کتاب حاضر یکی از کارهایی است که در زمینهٔ مذکـور انجام گـرفته و موضوع آن بحث در آثار ریاضی **استاد مختص، ابوالحسن علی بن احمد نسوی**، ریاضی‌دان و منجم ایرانی است کـه در قرن پنجم هجری می‌زیست و اروپائیان، از مـدتها پیش از ایـن، ارزش آثار ریاضی وی را شناخته و دربارهٔ آنها بحثها کرده‌اند. امامجموعهٔ مطالبی که درکتابهای فارسی دربارهٔ آثار ریاضی‌وی می‌توان یافت رویهم از چند سطر تجاوز نمی‌کند!

این کتاب مشتمل بر پنج بخش و یك ضمیمه است. مـوضوع بخشهای اول و دوم آن بحث در بـارهٔ زندگینامهٔ **نسوی** و فهرست آثار و نسخه‌های خطی موجود تألیفات ریاضی وی و تحقیقاتی‌است که دربارهٔ آنها انجام‌شده‌است. بخش سوم که مفصلترین بخشهای کتاب است مشتمل بر بحث دربارهٔ کتاب «المقنع-فی‌الحساب‌الهندی» تألیف **نسوی** است.

ارقام هندی کـه امروزه در حساب به‌کار می‌بریم در زمـان ساسانیان در ایران رواج یافت و تاآنجاکه اطلاع داریم کتاب «جمع و تفریق» **خوارزمی** نخستین کتابی است که دربارهٔ حساب هندی در دورهٔ اسلامی نوشته شده است. پس از **خوارزمی** چند تن دیگراز ریاضی‌دانان ایرانی واز جمله **کوشیاربن لبان گیلی** و **محمدبن ایوب طبری** و **نصیرالدین طوسی** در این موضوع بـه‌تألیف پرداختند و یکی از مهمترین این تألیفات کتاب «المقنع» است که **نسوی** ابتدا آن را به‌زبان فارسی نوشته و بعداً خود آن را به‌زبان عربی برگردانده است. متأسفانه متن فارسی کتاب مذکور از بین رفته و فقط ترجمهٔ عربی آن موجود است.

به‌جای اینکه متن عربی «مقنع» را به‌فارسی برگردانم، چون‌این کـار از

لحاظ بررسی تاریخ ریاضیات در ایران به‌دلایل مختلف فایدهٔ چندانی نداشت، مباحث آن را یکی پس از دیگری از نظر سیر ریاضیات مورد بحث و نقادی قرار داده، آنها را با محتویات سایر کتابهای حساب تطبیق کرده‌ام.

در بخش چهارم کتاب حاضر «شکل قطاع» و «نسبت مؤلف» را که موضوع کتاب «الاشباع» **نسوی** است شرح داده و تاریخچهٔ این قضیه و اسامی کتابهایی که دربارهٔ آن توسط ریاضی دانان دورهٔ اسلامی تألیف شده ذکر کرده‌ام.

در بخش پنجم خلاصهٔ کتاب «مأخوذات ارشمیدس» را که **نسوی** بر آن تفسیر نوشته است با اصطلاحات متداول کنونی آورده‌ام.

چون در کتاب حاضر از آثار عده‌ای از ریاضی دانان بزرگ گفتگو به‌میان آمده، برای آنکه متن کتاب مفصل نشود، اسامی این دانشمندان را به‌اختصار ذکر کرده و آنها را با علامت * مشخص ساخته‌ام. در عوض فهرست نام و نشان کامل آنان و منابعی را که برای کسب اطلاع از احوال و آثارشان مفید است در ضمیمهٔ کتاب (صفحات ۱۷۹ تا ۱۸۸) ثبت کرده‌ام.

همچنین اسامی منابع و مآخذ را در متن کتاب یا در ذیل صفحات آن با علامت اختصاری نوشته‌ام و فهرست کامل و مشخصات این منابع را به‌ترتیب الفبائی نشانی اختصاری آنها در پایان کتاب ذکر کرده‌ام.

درمورد ثبت تاریخها، سال هجری قمری را درسمت چپ و سال میلادی را در سمت راست آن نوشته و آنها را با یك خط مورب از هم جدا کرده‌ام. مثلاً ۲۱۹/۸۳۴ یعنی سال ۲۱۹ هجری قمری که تقریباً مطابق است با سال ۸۳۴ میلادی.

سپاسگزاری

نخستین مقالات حقیر، دربارهٔ تاریخ ریاضیات، درحدود بیست سال پیش، در مجلهٔ گرامی سخن درج شد و از آن پس نیز عده‌ای از این مقالات در نشریهٔ علمی و فنی سخن انتشار یافت. خاطرهٔ دلپذیر مجالس انسی که پس از انتشار هر شماره از مجلهٔ سخن تشکیل می‌یافت و در آنها از ادب و علم سخنها می‌رفت فراموش شدنی نیست. و اینها همه از دولت صحبت دوست دانشمندگرامی

جناب‌آقای دکتر پرویز ناتل‌خانلری بود. اینک که این کتاب را نیز مورد توجه و عنایت قرار داده وسایل چاپ و انتشار آن را توسط بنیاد فرهنگ ایران فـراهم آورده‌اند از صمیم قلب از معظم‌له ممنون و سپاسگزارم.

تهران ـ شهریور ماه ۱۳۵۱
ابوالقاسم قربانی

بخش اول

خلاصهٔ زندگینامهٔ نسوی[1]

۱ـ ابوالحسن‌علی‌بن‌احمدنسوی[2] ریاضی دان و منجمی عالی‌قدر و به‌خصوص در هندسه متخصص بود و درمنطق و فلسفه و پزشکی نیز دست داشت. اصل وی ازنسای خراسان بود و به‌سال ۳۷۱ یـزدگردی مطابق بـا

۱ـ شرح احـوال وی را آقـای دکتر غلامحسین صدیقی در مقالـهٔ مستندی نوشته و زادگاه و تاریخ تولد او را که قبلاً به درستی معلوم نبود تعیین کرده است (صدیقی H).

۲ـ نسوی منسوب به نسا است ونسا ازشهرهای قدیم خراسان(نزدیك عشق‌آباد کنونی واقع در روسیه) است و نسبت بـه‌آن نسایی است و نسوی نیز گفته می‌شود (ریحانةالادب ، ج ۴ ص ۱۸۸). ناحیهٔ مشتمل برنسا و ابیورد و غیره از قدیم‌الایام به‌سبب اینکه اولین خط دفاعی خراسان بود اهمیت داشت و پس از دورهٔ نادر درتعیین خط مرزی ایران و روسیه در ۱۸۸۵ جزو ترکمنستان روس گردید (دایـرةالمعارف فارسی ، ج ا ص ۳۸) ـ دربعضی ازمنابع به‌اختلاف نام نسوی را حسین و نام پدر او را ابراهیم و کنیهٔ او را ابوعلی نوشته‌اند ولـی همان « ابوالحسن علی بـن احمد نسوی » که در متن نوشته‌ام درست است (صدیقی H ، ص ۱۲ ـ کمپانیونی H ، ص ۱۹) .

۳۹۳/۱۰۰۲ درشهرری متولد شد[۱] وبخش مهمی ازعمسر خویش را درآن شهرگذرانید[۲]. بنابه‌قول بیهقی مدت عمر وی نزدیك به‌صد سال رسید و تا اواخرعمر قوای او درحال اعتدال بود[۳]. تاریخ دقیق فوت او معلوم نیست وآنچه مسلم‌است این‌است که وی تا شهریورماه سال ۴۴۹ یزدگردی مطابق با ۴۷۳/۱۰۸۰ که سال تألیف کتاب «بازنامه» توسط او است[۴] زنده بوده ودر آن تاریخ تقریباً هفتاد و نه سال شمسی داشته و از ده‌سال پیش ازآن تاریخ خانه‌نشینی اختیارکرده بوده است. درهرصورت نسوی از ریاضی‌دانان قرن پنجم هجری (یازدهم میلادی) است.

۲ــ ظاهــراً به‌سبب مهارتی کــه نسوی درریاضیات داشته دانشمندان وی‌را استاد مختص نامیده‌اند. مثلاً طوسی* (خواجه نصیرالدین) درآغــاز تحریر تفسیر نسوی برکتاب مأخوذات ارشمیدس* می نویسد[۵]: «قال‌الاستاد المختص....» و نیز هر جا درآن‌کتاب می‌خواهــد از نسوی یــادکند او را «استاد مختص» یا «استاد» می‌نامد. همچنین شهمردان رازی* که ازشاگردان نسوی بوده در «نزهت‌نامهٔ علائی» گوید : «درحداثت سن مشغوف بودمی

۱ــ بنا به‌گفتهٔ خود او درمقدمهٔ « بازنامه » (شرحش خواهد آمد) رجوع کنید به شمارهٔ ۶ کتاب حاضر.

۲ــ صدیقی H ، ص۱۳: «نسوی ظاهراً بخش مهمی از عمرخویش را درری گذرانیده و شاهد حوادث و تحولات اوضاع سیاسی واجتماعی آن سامان... بوده واز همین‌رو ابوالحسن بیهقی اورا ازحکمای ری دانسته است».

۳ــ تتمهٔ صوان‌الحکمة ، ج ا ص ۱۰۹ : « الاستاد المختص‌النسوی، قد قرب عمره من مائة سنة و قواه سلیمه و قیل انــه من جملة تلامذة کوشیار و ابــی معشر و فیه نظر ».

۴ــ شرحش خواهدآمد. رجوع کنید به شمارهٔ ۶ کتاب حاضر.

۵ــ رجوع کنید به طوسی: تحریر مأخوذات ، ص ۲.

بـرخواندن علوم ریاضیات ، و کتاب اقلیدس وحل اعمال زیج و« فصول » فرغانی* درهیئت افلاك بر استاد مختص علی نسوی همی خواندم[۱]. همودر کتاب «روضةالمنجمین» نیز نسوی را «استاد مختص» نامیده است[۲].

اروپائیان گاهی همین لقب «استاد مختص» را بهصورت Doctore-Almochtasso بهجای نام نسوی گرفتهاند.[۳]

۳ـ نسوی خود درمقدمهٔ کتاب « بـازنامه » نوشته است کـه به شغل سپاهیگری وخدمت پادشاهان اشتغال داشته وازهشت سالگی بهاشکرهداری[۴] میپرداخته است[۵]. وی کتاب «المقنع فیالحساب الهندی[۶]» را ابتدا بهزبـان فارسی برای مجدالدوله (ابوطالب رستم بن فخرالدوله[۷]) نوشتهوسپس آنرا به خواهش شخصیموسوم به شرفالملوك بهزبان عربی برگردانیده و همچنین چند جلد از تألیفات خود را چنانکه خواهیم دید بهنام ابوالحسن مطهربن ابوالقاسم از نقبای علویان ری نوشته است.

۴ـبیهقی در«تتمهٔصوانالحکمة»نسوی را شاگرد کوشیار گیلی*خوانده[۸]

۱ـ گاهنامه ۱۳۱۱، ص ۱۲۹ ـ کمپانیونی H ، ص ۱۹۱ ـ صدیقی H ، ص ۱۵.

۲ـ گاهشماری، ذیل صفحات ۲۳۴ و ۲۳۵.

۳ـ هیث H ، ص $XXXII$ ـ مونتوکلا H ، ج ۱ ص ۳۷۲.

۴ـ اشکره داری = نگاهداری مرغان شکاری.

۵ـ رجوع کنید بهشمارهٔ ۶ کتاب حاضر.

۶ـ رجوع کنید به شمارهٔ ۸ کتاب حاضر.

۷ـ ازدیالمهٔ اصفهان (۳۸۷ـ۴۲۰ هجری قمری).

۸ـ تتمهٔ صوانالحکمة ، ج ا ص ۱۵۹ : « وقیل انه (= نسوی) من جملة تلامذة کوشیار و ابی معشر وفیه نظر [این ابومعشر نمیتواند ابومعشربلخی ، جعفربن محمد، عالم معروف احکام نجوم، باشدکه درسال ۲۷۲ هجری قمری وفات یافت.]

و بروکلمان از او تقلید کرده[۱] ولی این موضوع محل تردیداست[۲].

۵ـ آقای دکتر صدیقی می‌نویسد: «نسوی، چنانکه از تـألیفاتش و آنچه دیگران دربارهٔ وی نوشته‌اند برمی‌آید، سیرت نیکو داشت وبه‌علم و هنرعشق می‌ورزید ومردی کریم و مهمان‌نواز وخوان‌گشاده وعالم دوست و دانش‌گستر بود وبه‌گفتهٔ یکی ازشاگردانش که به ابوالحسن بیهقی حکایت کرده می‌گفت: «مرد باهمت بلند وعزیمت راست به‌مطلوب تـواند رسید نه با رنج وتعب[۳]». وی طرفدار تخصص در علوم بود و به‌هرکه برای استفاده به‌محضروی حاضرمی‌شد می‌گفت: «بکوش تا درصناعت خویش‌کامل‌شوی ومتذوق مباش، چه‌متذوق‌را سیری نیست».

۶ـ منتخبی ازمقدمهٔ کتاب «بازنامه»ـ خوشبختانه نسخهٔ‌خطی‌یکی از تألیفات نسوی موسوم به «بازنامه» که دربارهٔ اشکره‌داری وشکاراست و آن‌را درسن هفتاد و نه سالگی تألیف‌کرده از دستبرد حوادث مصون مـانده وجزو مجموعهٔ شمارهٔ ۴۹۲/۱۸ درکتابخانهٔ ملی ملك موجود است . اگر چه این تألیف نسوی مربوط به‌ریاضیات نیست ولـی چون مقدمهٔ آن شامل نکات جالب توجهی دربـارهٔ زندگی نسوی است قسمتی ازآن‌را دراینجا نقل می‌کنم:

«سپاس‌آن خدایی را که‌آفریدگار دوجهان است و روزی‌ده جانوران وشناسندهٔ آشکار ونهان وآمرزندهٔ گناهان است... اما بعد درتاریخ آغـاز

۱ـ بروکلمان S_1، ص ۳۹۷ ش ۹.

۲ـ تاریخ تولد نسوی سال ۳۹۳ هجری وتاریخ وفات‌کوشیاربه‌احتمال قوی درحدود سال ۴۰۰ هجـری است (قربانی، ریاضیدانان ص ۱۶۹ و ۱۷۰) بنابراین نسوی درموقع درگذشت‌کوشیارفقط درحدود ۷ سال داشته است.

۳ـ مقایسه‌کنید با: «درةالاخبار»، ص ۶۹.

این کتاب و عمر مصنف این کتاب ، گوییم چنین گوید استاد جلیل ، سید مختص ابوالحسن علی بن احمدالنسوی مصنف این کتاب : که ولادت من در شهرری بود، سال برسیصد وهفتاد ویك ازتاریخ پادشاهی یزدجرد شهریار[۱]، و آغاز تصنیف این کتاب شهریورماه بود، سال برچهارصد وچهل ونه[۲]. واز آغاز عمر من هشت سال تمام که گذشت مرا آرزوی اشکره داری پدید آمد. و دل اندرآن بستم. ومدت شصت سال به این شغل اشتغال نمودم و سپاهیگری وخدمت پادشاهان به این سبب اختیار کردم . و آنچه خدای عز وجل مرا روزی کرد از درمی چهاردانگ دراین شغل خرج کردم. و دانایان متفق‌اند که ایزد تعالی آدم را بی‌عشق نیافریده و هرکسی را شوق به چیزی بود، ناچار پسندیده یا نکوهیده . و اشکره‌داران که از فخرالدوله نورالله قبره بازمانده بود (ند) چون نصر کوتاه وپسرانش... که این جمله اندرخیل فخرالدوله بوده‌اند و بعد ازآن به خدمت شمس‌الدوله ملك طبرستان پیوستند وهمچنین اشکره‌داران علاءالدوله را دیدم ومصاحبت کردم. خاصه ابراهیم... و اشکره داران امیرمحمود و امیرمسعود و سلطان ماضی طغرل

۱ـ مطابق با ۳۹۳ هجری قمری ـ برای مزید فایده متذکر می‌شوم که برای تبدیل تاریخ یزدگردی به‌تاریخ هجری قمری ،کافی است عدد سال یزدگردی را در ۳۶۵ (= عدهٔ روزهای سال یزدگردی) ضرب کنیم وبه‌حاصل این ضرب ، عدد۳۶۲۳ (= عدهٔ روزهای بین‌مبدأ تاریخ یزدگردی‌وآغاز تاریخ‌هجری) را بیفزاییم وعددحاصل را بر $\frac{۱۰۶۳۱}{۳۰} = ۳۵۴\frac{۱۱}{۳۰}$ (= عدهٔ روزهای سال هجری قمری وکسر آن) تقسیم کنیم .

۲ـ مطابق با ۴۷۳ هجری قمری.

بیك را دریافتم و از هشت سالگی[۱]... و یوهه[۲] داشتم ، چنانکه کودکان دارند. تا آن روزگار که شانزده مرد اشکره دار ازبازدار وچرغ دار وباشه دار[۳] وسگ‌دار چاکرمن بودند... و درآخرعمر که این کتاب تصنیف کردم ده سال تمام بود که خانه‌نشینی اختیار کرده بودم ومدت شصت سال عمر و مال درین شغل صرف کردم و کتابها که اندراین علم ساخته‌اند چون شکار- نامهٔ سامانی و سغدی وهندی و رومی وپارسی به‌دست‌آوردم و خواندم و تجربه نمودم ازعلم پزشکی وعملش چندانکه اندر آمیختن داروها ومعاجین و تریاقهای بزرگ به‌کار آید اندوختم...»

۷- فهرست کتابهائی که در آنها کم و بیش دربارهٔ زندگینامهٔ نسوی گفتگوشده ا، ت[۴]: الدومیبلی S ، ص ۱۰۹ و ۱۱۲- بازنامه (مقدمه) - بروکلمان S_1 ، ص ۳۹۰ و ۳۹۷ - تتمهٔ صوان‌الحکمة ، ج۱ ص ۱۰۹ - درةالاخبار، ص ۶۹ ش ۶۲ - ریحانة الادب ، ج ۴ ص ۱۸۸ - سارتن I ، ج۱ ص ۷۱۹ - سوتر M ، ص ۹۶ ش ۲۱۴ - صایبلیO ، ص ۷۸- صدیقی H [۵]- کانتور V ، ج۱ ص ۷۶۰ تا ۷۶۲ - کشف‌الظنون، ج ۲ ص ۱۹۳۱، باب (نون)- کمپانیونی H ، ص ۱۹- کندی Z ، ص۱۳۱ ش۴۴- گاهشماری

۱- درنسخهٔ خطی « بازنامه » دراین موضع کلمه‌ای نوشته شده که درست خوانده نمی‌شود.

۲- یوهه = نوع پستی از باز شکاری.

۳- چرغ و باشه جانورانی شکاری هستند.

۴- دراین فهرست کتابها را بانشانهٔ اختصاری آنها ثبت‌کرده‌ام - اسامی کامل این کتابهارادرفهرست منابع‌ومآخذدرآخرکتاب حاضرخواهید یافت.

۵- بهترین وجامعترین شرح حال نسوی که تاکنون بهزبان فارسی به‌چاپ رسیده است.

ص ۲۳۴ و ۲۳۵ ـ گاهنامه ۱۳۱۱ ، ص ۱۴۷ ـ لغت‌نامه ، حـرف عين : علي‌نسوي ـ لوكي R ، ص۱۹ ـ لوي وپتروك، ص ۴۰ ذيل شمارۀ ۱۰۷ـ وپكه I ، ص ۴۹۲ ـ يوشكويچ G، ص ۱۸۹.

بخش دوم

تالیفات ریاضی نسوی

(در کتاب حاضر فقط از تألیفات ریاضی نسوی گفتگو می‌کنیم[1])

یك ـ المقنع فی‌الحساب الهندی

(خلاصهٔ مطالب ریاضی کتاب « المقنع » را دربخش سوم کتاب حاضر خواهید یافت)

۸ ـ کتاب « المقنع» را نسوی ابتدا به‌زبان فارسی برای مجدالدولهٔ دیلمی نوشته[2] و بعداً آن را برای شخصی موسوم به شرف‌الملوك با تغییراتی به‌زبان عربی برگردانیده و آن را به‌این اسم نامیده است[3].

متأسفانه متن فارسی کتاب مذکور از بین رفته است . اما یك نسخهٔ خطی از « المقنع » عربی در کتابخانهٔ لیدن، جزو مجموعه‌ای به شمارهٔ ۱۰۲۱ موجود است[4]. این نسخهٔ خطی، که عکس صفحات آن درپایان

---

۱ ـ برای کسب اطلاع از سایر تألیفات او رجوع کنید به : صدیقی *H*

۲ ـ پیش‌ازسال ۴۲۰ هجری‌قمری که آخرین‌سال‌حکومت‌مجدالدوله بوده‌است

۳ ـ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۹ کتاب حاضر

۴ـ شمارهٔ (*Warn 556*) ازپشت برگ ۶۸ تاپشت برگ ۷۹ مجموعهٔ مذکور.

بخش سوم از کتاب حاضر به چاپ رسیده است ، بدخط و در عـده‌ای از مواضع مغلوط است و افتادگی زیاد دارد . ولی چون فعلاً منحصر به‌فرد می‌باشد مغتنم است. المقنع چنین شروع می‌شود: « بسم‌الله‌الرحمن الرحیم وبه‌نستعین، وصلی‌الله‌علی سیدنا محمدو آله وصحبه وسلم. الحمدالله‌علی مننه و افضاله والسلام علی‌انبیائه و اولیائه . یقول علی‌بن‌احمدالنسوی انه‌قدکان صنف لخزانة دفتر مجدالدوله‌کتاباً فی‌عمل‌الحساب‌الهندی و وقـع ذلـك الی‌خزانة‌کتب مولانا شرف‌الملوك فلم یقنعه‌الکلام فی‌ذلك ... »

۹ـ ترجمهٔ فارسی‌مقدمهٔ کتاب المقنع ـ «علی‌بن احمد نسوی گوید: برای کتابخانهٔ مجدالدوله کتابی در بارهٔ به‌کار بردن حساب هندی تصنیف کرده‌بودم و آن کتاب بعداًدر کتابخانهٔ مولانا شرف‌الملوك واردشد وطرز کلام آن وی را قانع نساخت[۱]، زیرا به‌فارسی نوشته شده بود و اومی‌گفت کـه الفاظ فارسی دراز ومعانی آن پوشیده است. ودستورداد که‌برای کتابخانه‌اش کتابی به‌زبان عربی بنویسم که به‌مقصودی که دلخواه اواست نزدیکتر باشد. و دستور اورا انجام دادم. من به آنچه پیشینیان‌ومعاصران دراین باب‌تصنیف کرده‌اند نظر افکنده و دیده‌ام که بعضی از آنها مانند کتابـی که کندی* و مجتبـای انطاکی* نوشته‌اند[۲] بسیار مفصل است وبعضی دیگـر مـانند کتاب

۱ ـ عبارت متن عربی چنین است: « یقول علی بن‌احمدالنسوی انه قدکان‌صنف لخزانة دفتر مجدالدوله‌کتاباً فی‌عمل حساب‌الهندی و وقع ذلك الی‌خزانة کتب مولانا شرف‌الملوك فلم یقنعه الکلام فی‌ذلك اذکان بالفارسیة » ـ ظاهراً نسوی نـام « المقنع فی‌الحساب الهندی » را به‌همین مناسبت برای ترجمهٔ کتاب حساب خود به‌زبان‌عربی اختیارکرده است (و پکه I ، ص ۴۹۶ یاد داشت شمارهٔ ۱ ذیل صفحه).

۲ ـ ظاهراً مقصود«کتاب‌فی‌استعمال‌الحساب‌الهندی» تألیف‌ابویوسف‌یعقوب بن‌اسحق کندی و«کتاب‌التخت‌الکبیر فی‌الحساب‌الهندی» تألیف علی‌بن‌احمدابوالقاسم‌انطاکی ملقب به‌مجتبی‌است (رجوع کنیدبه‌نامهای‌کندی‌ومجتبی‌انطاکی درضمیمهٔ کتاب‌حاضر)،

علی‌بن‌ابی‌نصر[۱] با وجود آنکه کلامش طولانی است از حدافهام‌دور است. وبعضی دیگرمانند کتاب کلواذانی٭ پیچیده و دشوارهستند[۲]. ونیز در کتاب اخیر بابهایی یافتم که فقط مورد احتیاج کسانی‌تواندبودکه بخواهند به‌مطالب پیچیده‌بپردازند. وبعضی ازمصنفان‌مانند ابوحنیفه‌دینوری٭ وکوشیارجیلی٭ کتابهایی نوشته‌اندکه به رشتهٔ خاصی از معاملات مربوط است[۳]. کوشیار با وجودکوتاهی در کلام برای تنجیم دفتری راجع به‌اعمال حساب نوشته[۴] و ابوحنیفه برای اعمال حساب دفتری راجع به تنجیم تصنیف کرده است».

« من در تصنیف این کتاب به‌آنچه مربوط به‌موضوع آن است اکتفا کردم و آن را از اطناب ممل و ایجاز مخل دور داشتم و کلام را به وجهی مرتب ساختم که مردم در معاملات[۵] مختلف خود ومنجمان در صناعت خود

۱ ـ از این‌شخص وکتاب او نشانی در منابع مختلف‌که در اختیار دارم نیافتم

۲ـ گویامقصود«کتاب‌التخت‌فی‌الحساب‌الهندی» تألیف محمدبن عبدالله‌ابونصر کلواذانی است (رجوع کنید به‌نام کلواذانی در ضمیمهٔ‌کتاب حاضر).

۳ ـ مقصود «کتاب التخت فی‌حساب‌الهند» تألیف ابوحنیفهٔ دینوری و «کتاب فی‌اصول حساب‌الهند» و یا « عیون الاصول فی‌الحساب » تألیف کوشیار گیلی است رجوع‌کنید به «قربانی: ریاضیدانان ایرانی» صفحات ۷۱ و ۱۷۱ تا ۱۷۶ و ۱۸۴ تا ۱۹۴).

۴ ـ در آخرکتاب « عیون الاصول فی‌الحساب » تألیف کوشیارگیلی٭ آمده است: «فهذه اصول‌کافیه فی‌جمیع‌الحساب النجومیه والمعاملات التی‌تجری بین‌الناس» ـ و رجوع‌کنید به قربانی : ریاضیدانان ایرانی، ص ۱۹۴.

۵ ـ مقصود از معاملات به‌کار بردن اعمال حساب در حل مسایل است . در « ترجمه فارسی مقدمه ابن‌خلدون » (ج ۲ ص ۱۰۲۱) آمده است : « و دیگر از فروع علم حساب معاملات است وآن به‌کار بردن حساب در معاملات شهرها از قبیل کالاها ومساحتها و اموال وزکات و دیگر امورکه درآنها با اعداد برخورد می‌کنند»ـ ازجملهٔ‌کتابهایی که به‌زبان فارسی‌دربارهٔ«معاملات» تألیف شده کتاب «مفتاح‌المعاملات» تألیف محمدبن ایوب طبری است (رجوع‌کنید به مفتاح‌المعاملات) .

از آن بهره ور گردند. و کتاب را به‌چهار مقاله تقسیم کردم : مقالهٔ اول در بارهٔ اعمال مربوط به‌عددهای صحیح ـ مقالهٔ دوم مربوط به‌کسرها ـ مقالهٔ سوم درعددهای صحیح و کسر(= عددهای صحیحی که کسر همراه دارند)ـ مقالهٔ چهارم دربارهٔ درجه‌ها ودقیقه‌ها (= کسرهای شصتگانی). و برهانهای هندسی را در این کتاب نیاوردم تا کلام طولانی نشود » . (پایان)

۱۰ ـ ترجمهٔ فارسی‌عنوانهای مقالات و بابهای کتاب « المقنع »

(شمارهٔ صفحات که ذیلاً درآخر عنوان بابها آمده شمارهٔ صفحات نسخهٔ عکسی کتاب « المقنع » است که در پایان بخش سوم کتاب حاضر به‌چاپ رسیده است . برای سهولت ارجاع صفحات عکسی مذکور را از ۱ تا ۲۳ شماره‌گذاری کرده‌ام)

برای آنکه اصطلاحات ریاضی عربی از نظر خوانندگان بگذرد عین عنوان‌های مقالات و بابها را آورده و در مقابل آنها ترجمهٔ فارسی عنوانهای مذکور را نوشته‌ام :

المقالة الاولی من المقنع فی عمل الصحاح	**مقالهٔ اول از کتاب المقنع در بارهٔ اعمال مربوط به‌عددهای صحیح**
الباب الاول فی صور الحروف التسعه و وضع الاعداد بالهندیة و ترتیب المراتب (ص ۱)	باب اول ـ درشکلهای ارقام نهگانه وچگونگی نوشتن عددها به‌روش هندی (در دستگاه دهگانی) و ترتیب مراتب
الباب الثانی فی زیادة الاعداد بعضها علی بعض (الجمع و التضعیف) (ص ۲)	باب دوم ـ در افزودن اعداد به ـ یکدیگر (جمع و دو برابر کردن)
الباب الثالث فی اخذ المیزان الجمع	باب سوم ـ در امتحان عمل جمع

۱ـ در نسخهٔ خطی شمارهٔ این باب اشتباهاً « الباب الخامس » نوشته شده است

الباب الثالث عشر فی معرفة المیزان الجذر (ص۹)	باب سیزدهم ـ در شناسائی امتحان عمل جذر
الباب الرابع عشر فی حد الکعب و اقسامه و اخراجه للاعداد الصحاح (ص۱۰)	باب چهاردهم ـ در تعریف کعب و اقسام آن و استخراج کعب از عددهای صحیح
الباب الخامس عشر فی میزان الکعب (ص۱۱)	باب پانزدهم ـ در امتحان عمل کعب
المقالة الثانیه من کتاب المقنع فی العمل بالکسور	**مقالهٔ دوم از کتاب المقنع در چگونگی به‌کار بردن کسرها**
الباب الاول[1] فی وضع الکسور بالهندیة (ص۱۱)	باب اول ـ در چگونگی نوشتن کسرها به روش هندی
الباب الثانی فی زیادة الکسور بعضها علی بعض (الجمع والتضعیف) (ص۱۱)	باب دوم ـ در افزودن کسرها بر یکدیگر (جمع و دوبرابر کردن)
الباب الثالث فی نقصان الکسور بعضها من بعض (التفریق و التنصیف) (ص۱۳)	باب سوم ـ در کاستن کسرها از یکدیگر (تفریق و نصف کردن)
الباب الرابع فی ضرب الکسور بعضها فی بعض (ص۱۳)	باب چهارم ـ در ضرب کسرها در یکدیگر
الباب الخامس فی قسمة الکسور بعضها علی بعض (ص۱۴)	باب پنجم ـ در تقسیم کسرها بر یکدیگر

۱ ـ در نسخهٔ خطی اسم این باب از قلم افتاده است .

المقالة الرابعة من كتاب المقنع في العمل بالدرج والدقايق

مقالهٔ چهارم از کتاب المقنع در به‌کاربردن درجه‌ها و دقیقه‌ها (کسرهای شصتگانی)

۱۱ - پایان کتاب «المقنع» - نسخهٔ خطی موجود کتاب المقنع با عبارات زیر به‌پایان میرسد :

« فاماالحاصل من‌الکعب ، و ان‌الکعب الدرج‌درج ، و کعب‌الثوالث دقائق ، و کعب‌السوادس‌ثوانی وعلی هذا فقس ، هذاآخرالکتاب والله‌اعلم»

یعنی: « واماحاصل کعب، کعب درجه‌ها درجه‌ها است‌و کعب‌ثالثه‌ها دقیقه‌ها است [1] و کعب سادسه‌ها ثانیه‌ها است و به‌همین روش قیاس کن . این پایان کتاب است و خدا داناتر است» .

۱۲- ترجمه‌های کتاب «المقنع» .

و پکه (*F. Woepcke*) درسال ۱۸۶۳ میلادی مقدمهٔ کتاب «المقنع» و عنوانهای مقالات و بابهای آن را به زبان فرانسوی ترجمه کرد [2].

سوتر (*H. Suter*) در سال ۱۹۰۶ میلادی بابهای مربوط به‌استخراج جذر و کعب از کتاب «المقنع» را طی مقاله‌ای به‌زبان آلمانی ترجمهٔ آزاد و دربارهٔ آنها بحث کرد [3] .

مدوی (*M. I. Médovi*) در سال ۱۹۶۳ میلادی کتاب « المقنع »

---

۱ ــ اینکه می‌گوید کعب ثالثه‌ها دقیقه‌ها است، مقصود این است که مثلاً کعب ۲۷ ثالثه مساوی با سه دقیقه است. زیرا : ۳ دقیقه $\frac{۳}{۶۰} = \sqrt[۳]{\frac{۲۷}{(۶۰)^۳}}$ و همچنین کعب سادسه‌ها ثانیه است ، یعنی مثلاً کعب ۸ سادسه مساوی با ۲ ثانیه است زیرا :

$$۲ \text{ ثانیه } = \frac{۲}{(۶۰)^۲} = \sqrt[۳]{\frac{۸}{(۶۰)^۶}}$$

۲ ــ رجوع کنید به : وپکه *I* ، صفحات ۴۹۰ تا ۵۰۰

۳ ــ رجوع کنید به : سوتر *U*، صفحات ۱۱۳ تا ۱۱۹

را به‌زبان روسی‌ترجمه کرد. این ترجمه دردفترشمارهٔ ۱۵ مجلهٔ «ایستوریکو ماتماتیچسکیه ایسلدوانیا» چاپ شده است[۱] .

دو ـ کتاب‌الاشباع فی‌شرح الشکل القطاع

۱۳ ـ این کتاب به‌زبان عربی است و نسوی آن را در شرح «شکل قطاع[۲]» از کتاب «مجسطی» بطلمیوس* نوشته است . یك‌نسخهٔ خطی از کتاب «الاشباع» در استانبول (کتابخانهٔ سرای به‌شمارهٔ ۳۴۶۴/۱۴)موجود است‌که دارای ۲۴ برگ است و در سال ۶۱۵ هجری قمری استنساخ شده و یك نسخه دیگر ازآن نیز در لیدن به شمارهٔ ۱۰۶۰) محفوظ است .

نسخهٔ خطی لیدن چنین شروع مـی‌شود : «... قـال‌الاستادالاجل ، السیدالمختص ، علی‌بن‌احمدالنسوی ، رحمة‌الله‌علیه ، ان‌الفلاسفه قـداتفقوا عموماً و اصحاب الریاضی خصوصاً علی‌ان‌الغرض الاقصی...»

۱۴ ـ ترجمهٔ فارسی منتخبی از مقدمهٔ کتاب «الاشباع »ـ «فلاسفه عموماً واصحاب ریاضی خصوصاً در این امر اتفاق دارند که هدف نهایـی ازعلوم ریاضی معرفت یافتن به‌علمی است‌که درکتاب «مجسطی» تألیف بطلمیوس*آمده است ... وبه‌جهت اهمیت وجلال آن‌کتاب وزیادی‌منفعت آن‌جماعتی از بزرگان‌علمای این‌علم‌آن را تفسیر کرده‌اند . مانند سلیمان‌بن عصمة*ونیریزی*وفارابی*وثابت‌بن‌قره* وابوجعفرخازن*وابوعلی‌سینا* که عدهٔ‌آنان تا زمان ماکه سال دهم از قران دوم در مثلثات ارضیه[۳]است‌بین

۱ ـ به‌نقل از مجلهٔ فرانسوی «ارشیو بین‌المللی تـاریـخ علوم» ، سال بیستم ۱۹۶۷ شمارهٔ ۷۸ ـ ۷۹ ص ۱۴۸

۲ ـ برای‌کسب‌اطلاع دربارهٔشکل‌قطاع رجوع‌کنید به‌بخش چهارم‌کتاب‌حاضر

۳ ـ عبارت متن در نسخهٔ لیدن چنین است : «الی وقتنا هذا الذی (هی) السنة العاشره من‌القران الثانی فی‌المثلثات الارضیه».

دانشمندان بزرگ به یازده تن می‌رسد. و همهٔ آنان مطالب آن کتاب « = مجسطی» را کلمه به کلمه تفسیر کرده‌اند مگر ابوعلی، ابن‌سینا* که مطالب مهم آن کتاب را با شرح مشکلات آن و اختلافی که در قضایای آن روی داده‌است فراهم آورد و آن را جزو کتاب شفا قرار داد...»

« و چون بطلمیوس* پایهٔ قضایا و مبنای برهانهای اعمال و مراجع استدلالهای خود را بر شکل (= قضیهٔ) پنجم از «کتاب مانالاوس فی الاشکال الکریة » که معروف و ملقب به « شکل قطاع » است[1] قرار داده است و از قضایای هندسی که در علم نجوم به‌کار می‌رود هیچیك را نمی‌شناسم که به‌اندازهٔ این قضیه دربارهٔ آن پژوهش و تحقیق شده و شهرت یافته باشد. و این به‌سبب زیادی منفعت این قضیه و شدت احتیاج به آن در علم کره (= مثلثات کروی) است، و مدار بیشتر اعمال نجومی بر این قضیه قرار دارد و (بطلمیوس) برای آن مقدماتی از هندسه و تألیف نسبت و سایر مطالبی که مورد احتیاج بوده بیان کرده است، خواستم که بر این قضیه و مقدمات آن شرحی بنویسم که مشتمل باشد بر هرچه از حساب و هندسه برای آن لازم است. و موارد استعمال این قضیه را در مواضع مورد احتیاج و چگونگی مراجعه به آن را بیان کنم. و این مقاله را فراهم آوردم و آن را « الاشباع فی شرح الشکل القطاع » نامیدم. و آن را در سه فصل مرتب ساختم: فصل اول در مقدماتی که مورد نیاز است و شرح قضایائی که بطلمیوس در بیان استخراج اوتار دایره به کمك برهانهای قضایای اقلیدس در آغاز

۱ ــ در متن عربی نسخهٔ لیدن این عبارت چنین است : « الشکل الخامس من مقالة الثانیه من کتاب منالاوس» . ولی « شکل قطاع» در تحریر کتاب مانالاوس توسط خواجه نصیرالدین طوسی شکل اول از مقالهٔ سوم آن کتاب است (رجوع کنید به طوسی : تحریر مانالاوس ، ص۷۲).

آن کتاب آورده است . فصل‌دوم در مقدماتی که بطلمیوس به سبب شکل قطاع آورده و شرح تألیف نسبت و استعمال آن . فصل سوم در استعمال شکل قطاع در مواردی که به‌آن احتیاج پیدا می‌شود ... » (پایان) .

۱۵ - نسوی کتاب « الاشباع » را نیز مانند کتاب « اختصار کتاب صور الکواکب» خود[۱] به‌یکی‌از نقبای‌علویان‌ری اهداء کرده است. چه‌در پایان مقدمه می‌نویسد: « و جعلتها... فی‌مجلس مولانا السیدالاجل‌الامام‌المرتضی ذی‌الفخرین نقیب نقباءِ الاسلام سیدنا ... الامام ابی‌الحسن المطهربن السید الزکی ذی‌الحسبین ابی‌القاسم علی‌ادام‌الله دولته... »

۱۶ - ویدمان (*E . Wiedemann*) مقدمهٔ کتاب « الاشباع » را در ۱۹۲۶ میلادی به‌زبان‌آلمانی ترجمه‌کرد و این ترجمه در پایان مقاله‌ای که شیرمر (*O . Schirmer*) دربارهٔ « بررسی نجوم اسلامی » نوشته است به‌چاپ رسید[۲] .

۱۷ - یك مسألهٔ جالب توجه از کتاب « الاشباع » (تثلیث زاویه) . می‌دانیم که ریاضی‌دانان یونان باستان برای حل مسایل سه‌گانهٔ مشهور هندسی یعنی تضعیف مکعب وتثلیث زاویه وتربیع دایره کوشش فراوان کردند[۳] . اهمیت این مسایل از این جهت است که درحالت‌کلی نمی‌توان آنها را به‌وسیلهٔ ستاره وپرگار حل‌کرد (مگر به‌تقریب) و حال آنکه عدهٔ بی‌شماری از مسایل ساختمان هندسی دیگربا بکار بردن ستاره و پرگار حل می‌شوند . کوشش برای حل این سه مسأله موجب اکتشافات جالب توجه

۱ - رجوع کنید به شمارهٔ ۲۳ کتاب حاضر.

۲ - ← شیرمر *A* .

۳- برای کسب‌اطلاع بیشتر دربارهٔ این‌سه مسأله رجوع کنید به ایوز *I*، صفحات ۸۲ تا ۱۱۱ .

مانند مقاطع مخروطی و چند منحنی درجهٔ سوم و چهارم مانند «کنکوئید نیکومد»[1] و چند منحنی متعالی[2] مانند «مارپیچ ارشمیدس[3]» وغیره گردید. پس ازآنکه قرنها ریاضی‌دانان برای حل این مسایل کوشیدند بالاخره در قرن نوزدهم ، یعنی بیش از دوهزار سال پس ازآنکه این مسائل مطرح‌شده بود ، عدم امکان حل آنها به وسیلهٔ ستاره وپرگار به‌ثبوت رسید .

ساده‌ترین مسایل سه‌گانهٔ مذکور «تثلیث زاویه» است . وچون نصف کردن هر زاویه بسیار آسان است به‌طور طبیعی این سؤال پیش می‌آید که چرا تثلیث زاویه به‌وسیلهٔ ستاره وپرگار عملی نیست. هر زاویه را می‌توان با استفاده از مقاطع مخروطی (و نه با ستاره و پرگار تنها) به سه قسمت متساوی تقسیم کرد . البته یونانیان باستان به‌اندازهٔ کافی با مقاطع مخروطی آشنائی نداشتند تا بتوانند این تقسیم را انجام دهند و نخستین راه حل‌مسأله با این روش‌توسط پاپوس* در حدود سه قرن بعد از میلاد مسیح با استفاده از خواص کانونها وخط هادی مقاطع مخروطی ارائه شد[4] .

مسألهٔ « تثلیث زاویه » را می‌توان به وسیلهٔ بعضی از منحنی‌های متعالی‌مانند « مربع ساز»[5] و « مارپیچ ارشمیدس » انجام داد و گذشته از

---

۱ – *Conchoid of Nicomedes* (رجوع کنید به هیئث H ، ج ۱ ص ۲۳۸ به‌بعد) .

۲ – *Transcendental curves* (= منحنی غیر جبری)

۳ – *Spiral of Archimedes* (رجوع‌کنید به هیئث H ، ج ۱ ص ۲۳۰)

۴ – رجوع کنید به هیئث H ، ج ۱ ص ۲۴۱ به‌بعد .

۵ – *Quadratrix* – برای کسب اطلاع دربارهٔ «مربع‌ساز» مثلا رجوع‌کنید به‌کتاب « تاریخ علم » اثر جرج سارتن ترجمهٔ احمد آرام سال ۱۳۳۶ ﻫ . ش ، ص ۲۹۸ – یا : هیئث H ، ج ۱ ص ۲۲۶ به‌بعد .

از این چندین افزار نیز برای حل تقریبی این مسأله اختراع شده است[۱].

* * *

بسیاری‌از ریاضی دانان ایرانی در دورهٔ اسلامی مانند بنوموسی* و صاغانی* و ابوسهل‌کوهی* وابوالجود* وابوسعید سجزی* روشهای تقریبی برای حل مسألهٔ « تثلیث زاویه » ابداع کرده‌اند .

بیرونی* درباب چهارم از مقالهٔ اول ازکتاب « قانون مسعودی » دوازده روش تقریباً مختلف برای حل تقریبی مسألهٔ تثلیث زاویه ذکر کرده است[۲] .

از جملهٔ مطالب جالب توجهی که درکتاب « الاشباع » تألیف نسوی آمده است یك راه حل تقریبی مسألهٔ « تثلیث زاویه » است. این راه حل‌از ریاضی دانی ایرانی موسوم به ابوالحسن شمسی هروی است که همزمان با ابوسعید سجزی* (نیمهٔ دوم قرن چهارم هجری) بوده و یا پیش از زمان وی می‌زیسته است . این راه حل را ابوسعید سجزی در رسالهٔ خودموسوم به « فی‌قسمةالزاویةالمستقیمةالخطین بثلثة اقسام متساویة » آورده[۳] و آن را از ابوالحسن‌شمسی هروی دانسته است . بیرونی* نیز همین راه حل را در « قانون مسعودی » آورده[۴] ولی چون درآن‌کتاب بنابر اختصار بوده نام مبتکر آن را ذکر نکرده است .

نسوی راه حل مذکور را درکتاب « الاشباع » درضمن بحث

۱ ـ مثلا رجوع کنید به ایوز I ، ص ۸۷ و ۸۸

۲ ـ رجوع کنید به بیرونی : قانون ، ج ۱ ص ۲۹۲ به بعد ـ شوی T ، ص ۲۳ به بعد (ترجمهٔ آلمانی مطالب مذکور از قانون مسعودی) .

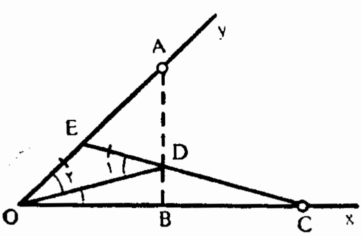
۳ ـ رجوع کنید به وپکه : جبر خیام ، ص ۱۱۸

۴ ـ رجوع کنید به بیرونی : قانون ، ج ۱ ص ۲۹۵ از سطر پنجم به‌بعد .

از چند ضلعیهای محاطی نقل کرده [۱] و بنا به نوشتهٔ کهل [۲] آن را از الشنی [*] دانسته است [۳] . ولی چون سجزی [*] در رسالهٔ خود به صراحت نام مبتکر این روش را ابوالحسن شمسی‌هروی ذکر کرده است در این مورد تردیدی باقی نمی‌ماند .

درهرصورت راه‌حل مذکور که به‌قول نسوی از راه‌حلهای دیگر ساده‌تر و زیباتر و به‌کار بردن آن آسانتراست این است :

برای تقسیم کردن زاویهٔ Xoy به‌سه‌قسمت متساوی از نقطهٔ اختیاری A واقع بر oy عمود AB را بر OX فرود می‌آوریم وروی OX پاره خط BC را مساوی با OB جدا می‌کنیم. سپس از نقطهٔ C (به وسیلهٔ حرکت دادن خط کش درحول C)خط راست CDE را طوری رسم میکنیم که



ED مساوی‌با OE شود یعنی مثلث OED متساوی‌الساقین باشد [۴]. دراین‌صورت

۱ ــ نسخهٔ خطی کتاب « الاشباع » موجود در لیدن (به‌شمارهٔ ۱۰۶۰) پشت برگ ۵۰ .

۲ ــ رجوع کنید به کهل G ، ص ۱۸۵ .

۳ ــ به احتمال قوی نام « الشنی » که در نسخهٔ خطی کتاب « الاشباع » آمده تحریف نام « الشمسی » است و مقصود نسوی همان ابوالحسن شمسی هروی بوده است (یا ناسخ این اسم را تحریف کرده و یا کهل آن را اشتباه خوانده است .)

۴ ــ این نوع روش حل مسأله را قدما « هندسهٔ متحرك » می‌نامیدند . (رجوع کنید به وپکه : جبر خیام ، ص ۱۲۰ یادداشت ذیل صفحه ـ کهل G، ص ۱۸۱).

زاویهٔ D_1 زاویهٔ خارجی مثلث ODC است وداریم :

$$\hat{D}_1 = \hat{O}_1 + \hat{C} = 2\hat{O}_1$$

از طرف دیگر $\hat{O}_2 = \hat{D}_1 = 2\hat{O}_1$ پس زاویهٔ O_1 مساوی با یک سوم زاویهٔ xoy است. واضح است که این راه‌حل تقریبی است یعنی با حرکت دادن خط‌کش در حول نقطهٔ C فقط به تقریب می‌توانیم ED را مساوی با OE بسازیم .

سه ـ تفسیر کتاب مأخوذات ارشمیدس

(خلاصهٔ کتاب مأخوذات را در بخش پنجم کتاب حاضر خواهید یافت)

۱۸ ـ مأخوذ درلغت به‌معنی «گرفته شده » و در اصطلاح ریاضی قضیه‌ای‌است که آن را به‌عنوان مقدمه ثابت می‌کنند تابعداً دراستدلال قضیه یا قضایای دیگری از آن استفاده وبه‌آن‌استناد کنند. «مأخوذات[۱]» نام کتاب مختصری‌است درهندسه، منسوب به ارشمیدس*، شامل پانزده‌شکل (= قضیه یا مسأله) . اصل یونانی کتاب « مأخوذات » ازبین رفته است ولی ترجمهٔ عربی‌آن که‌توسط‌ثابت‌بن‌قره*انجام‌گرفته‌دردست‌است.درقرن‌چهارم‌هجری ریاضی‌دان و منجم ایرانی ابوسهل کوهی* مقاله‌ای دربارهٔ کتاب «مأخوذات» ارشمیدس نوشت و آنرا «تزیین کتاب ارشمیدس فی‌المأخوذات»نامید . این مقاله نیز متأسفانه مفقود شده است .

نسوی با در دست داشتن مقالهٔ ابوسهل کوهی* «مأخوذات» را تفسیر کرده و نصیرالدین طوسی* در سال ۶۵۳/۱۲۵۵ تفسیرنسوی را تحریر کرده و نسخه‌های خطی متعدد از این تحریر موجود

۱ـ *Lemma (Liber Assumptorum)*

است[۱] و علاوه بر این درجزو رسائل طوسی درحیدر آباد دکن به چاپ رسیده است[۲] .

ترجمهٔ لاتینی تفسیر نسوی بر کتاب « مأخوذات » یك بار در سال ۱۶۵۹ در لندن و بار دیگر دوسال بعد از آن یعنی در تاریخ ۱۶۶۱ میلادی در شهر فلورانس نشر یافت[۳] و سپس در ۱۹۱۳ نیز درجزو آثار ارشمیدس به‌چاپ رسید[۴] .

۱۹ــ ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ «تفسیر مأخوذات»

نصیرالدین طوسی[۵] در آغاز « تحریر تفسیر مأخوذات » مقدمهٔ نسوی را بر کتاب مأخوذات چنین نقل کرده است :

«استاد مختص (= نسوی) گفته است که این مقاله منسوب به ارشمیدس است و مشتمل بر اشکال (= قضایا) زیبائی است در اصول هندسه که عدهٔ آنها کم ولی فواید آن بسیار است . و این قضایا در کمال نیکویی و لطافت هستند و متأخران این مقاله را برجملهٔ متوسطات افزوده‌اند . و متوسطات کتابهائی هستند که خواندن آنها دربین کتاب «اصول اقلیدس» و «مجسطی» لازم است . اما دربعضی از قضایای این مقاله مواضعی هست که بیان آنها

۱ ــ ازجمله آنها است نسخهٔ خطی شمارهٔ ۲۴۳۲/۸ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران و نسخه‌های خطی مدرسه عالی سپهسالار (فهرست سپهسالار ، بخش سوم ، ص ۳۴۲ و ۳۴۳) وعکس شمارهٔ ۶۷۰۴/۲ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران وغیره (برای کسب اطلاع از نشانی سایر نسخه‌ها رجوع کنید به کراوزه S، ص ۵۰۱ بند i ــ بروکلمان G_1، ص ۶۷۷ ش ۲۶ ــ بروکلمان S_1، ص ۳۸۴ و ۳۹۰)

۲ ــ طوسی : تحریر مأخوذات

۳ ــ رجوع کنید به هیث A ، ص $XXXII$

۴ ــ رجوع کنید به سارتن I، ج ۱ ص ۱۷۰ ــ کارمودی A ، ص ۲۲۱ ش ۱۳

احتیاج به‌قضایای دیگری دارد . و ارشمیدس در بعضی از این قضایا اشاره کرده است به‌قضایائی که در آثار دیگرش ایراد شده است. و مثلاً گفته است: بدانسان که درکتاب مربوط به شکلهای قائم الزاویه ثابت کرده‌ایم ــ و ــ چنانکه در گفتهٔ ما در بارهٔ شکلهای چهار ضلعی ثابت شده است. و ارشمیدس برای قضیهٔ پنجم استدلالی آورده‌است که مربوط به‌حالت خاصی از شکل است . بعد از آن ابوسهل کوهی* مقاله‌ای نوشت و آن را « تزیین کتاب ارشمیدس فی‌المأخوذات » نامید و برهانهای قضیهٔ مذکور[1] را به وجهی کلی‌تر و بهتر باآنچه از ترکیب و تألیف نسبت به‌آن تعلق‌می‌گیرد ایراد نمود.»

« من چون وضع را چنین دیدم برای مواضع مشکل‌این مقاله‌شرحی برسبیل تعلیق حواشی نوشتم و دربارهٔ قضایائی‌که او (= ارشمیدس) به‌آنها اشاره کرده بود آنچه به‌خاطرم رسید بیان کردم و از قضایای ابوسهل دو قضیه‌ای‌راکه درقضیهٔ پنجم‌مورد احتیاج‌است‌آوردم وبقیه راکه‌نیازی به‌آنها نبود برای اجتناب از طولانی شدن کلام کنار گذاشتم و باللّه‌التوفیق» .

چهار ــ التجریدفی‌الهندسة

۲۰ ــ « تجرید »کتاب مختصری است در هندسهٔ مقدماتی که نسوی آنچه را از قضایای هندسه در نجوم ومساحت وغیره مورد احتیاج است در آن‌گردآورده و به‌زبان ساده‌آنها را ثابت کرده است . نسوی این‌کتاب را نیز مانندکتاب «الاشباع » وکتاب «اختصار صورالکواکب » به ابوالحسن

۱ ــ مقصود قضیهٔ پنجم‌کتاب مأخوذات است . (رجوع کنید به بخش پنجم کتاب حاضر) .

مطهربن‌ابوالقاسم از نقبای علویان ری اهداء کرده است. در آخر این کتاب نام کتاب «البلاغ» که طوسی درشرح اصول اقلیدس تألیف کرده آمده‌است.

یك نسخهٔ خطی از کتاب«تجرید»در کتابخانه‌رامپور[1] ویك نسخهٔ خطی دیگر از آن به‌قول آقای دکترصدیقی[2] در مجموعهٔ نفیسی که در سال ۵۵۸ ه. ق. دربغداد نوشته شده و حاوی ۲۸ رساله و کتاب است به‌شمارهٔ ۴۸۷۱ در کتابخانهٔ ظاهریهٔ دمشق محفوظ می‌باشد. و کتاب مذکور نوزدهمین تألیف از محتویات آن مجموعه است با رسمها در ۴۱ صفحه.

۲۱ ــ تبصره ــ حاجی‌خلیفه در «کشف‌الظنون»[3] کتاب «التجرید» را اشتباهاً به نصیرالدین طوسی* نسبت داده و آقای مدرس رضوی در کتاب « شرح احوال و آثار خواجه نصیرالدین طوسی[4] » قول حاجی‌خلیفه را تکرار کرده است.

پنج ـ الزیج الفاخر

۲۲ ــ محمدبن ابوبکر فارسی* در «زیج ممتحن » از « زیج فاخر » نام برده و آن را به علی‌نسوی نسبت داده است. اصل این زیج ظاهراً از بین رفته اما چند جدول ازآن درآخر یك نسخهٔ خطی از « زیج جامع » تألیف کوشیار گیلی موجود است[5].

۱ ــ فهرست رامپور، ج ۱ ص ۴۱۷ ش ۵۸

۲ ــ صدیقی H، ص ۱۸ ش ۴

۳ ـ چاپ استانبول ، ص ۳۵۱

۴ ــ صفحهٔ ۳۰۶ ش ۱۰۴

۵ ــ کندی Z، ص ۱۳۱ ش ۴۴ و ص ۱۵۶ ستون دوم

شش - اختصار صورالکواکب

۲۳ - شهمردان رازی* در کتاب «روضةالمنجمین[۱]» (مقالهٔ پانزدهم، در صور کواکب) می‌نویسد: «خواجه ابوالحسین عبدالرحمان‌بن عمر الصوفی... کتابی کرده است به غایت نیکو درصورت ستارگان شناختن، و طول وعرض و جهت و جایگاه وقدر و عظم دانستن، و استاد مختص علی‌بن‌احمدالنسوی ادام‌الله نعمته آن را اختصاری کرده است ازحد بیرون از بهر سیداجل مرتضی رضوالله علیه که او یگانهٔ روزگار بود و مرتضوی نام نهاده[۲].

هفت - مقالة فی‌عمل دائرة ...

۲۴ - نصیرالدین طوسی* در «تحریر کتاب مأخوذات» می‌نویسد: «قال‌الاستاد المختص (= نسوی) قد صنفت مقاله فی‌عمل دائرة نسبتها الی دائرة مفروضة کنسبةمفروضة وکذلك عمل‌جمیع‌الاشکال‌المستقیمةالخطوط و وجه استعمال‌الصناع تلك‌الاشکال».

از این مقاله تاکنون نشانی در فهرست کتابخانه‌ها نیافته‌ام

۲۵ - نسوی یکی از مسایل این مقاله را به مناسبت مورد استعمال آن در کتاب «تفسیر مأخوذات» آورده و آن مسأله این‌است[۳]:

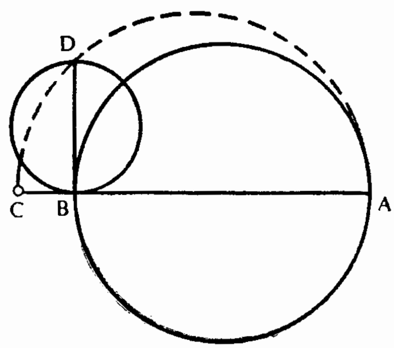
---

۱ - موجود درکتابخانهٔ مجلس (← فهرست مجلس ج ۱ ص ۱۵۸)

۲ - گاهنامه ۱۳۱۱، ص ۱۲۶- صدیقی H، ص ۱۸ ش ۳ - استوری P، ج ۲ ص ۴۲

۳- طوسی، تحریر مأخوذات، ص ۱۰

مسأله ـ می‌خواهیم دایره‌ای رسم کنیم که مساحت آن مثلاً یك پنجم مساحت دایرهٔ معلومی باشد



نسوی این مسأله را چنین حل کرده است: فرض کنیم که قطر دایرهٔ معلوم AB باشد. AB را به اندازهٔ یك پنجم خود امتداد می‌دهیم تا نقطهٔ C به دست آید. و به قطر AC نیمدایره‌ای رسم می‌کنیم. و از نقطهٔ B عمودی بر AB اخراج می‌کنیم تا نیمدایرهٔ مرسوم را در نقطهٔ D قطع کند. داریم

$$\frac{BC}{AB}=\frac{۱}{۵}=\frac{BC\times AB}{\overline{AB}^{۲}}=\frac{\overline{BD}^{۲}}{\overline{AB}^{۲}}$$

پس
$$\overline{BD}^{۲}=\frac{۱}{۵}\overline{AB}^{۲}$$

و از آنجا
$$\pi\times\frac{\overline{BD}^{۲}}{۴}=\frac{۱}{۵}\left(\pi\times\frac{\overline{AB}^{۲}}{۴}\right)$$

یعنی مساحت دایره‌ای که قطرش BD باشد یـك پنجم مساحت دایـرهٔ به قطر AB است .

۲۶ــ از آنچه نسوی دربارهٔ مقالهٔمذکور نوشته‌است[۱] معلوم‌می‌شود که وی مسأله فوق را در آن مقاله تعمیم داده بوده و آن را در مورد چند ضلعیها نیز حل کرده بوده است.

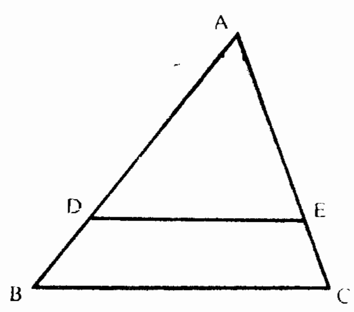
درواقع تعمیم دادن این مسأله بااستفاده ازقضیهٔ زیربسیارساده است:

قضیه ــ نسبت مساحتهای دو شکل (مثلا دو مثلث) متشابه مساوی است با مربع نسبت تشابه آنها.

مثال ــ ساختن مثلثی مشابه با مثلث مفروض ABC به طوری که نسبت‌مساحت آن‌به‌مساحت مثلث ABC مساوی باعددمعلوم(ومثبت) m باشد. کافی‌است‌خطی‌مانند DE (مطابق‌باشکل‌زیر) به‌موازات‌ضلع BC ازمثلث مفروض رسم کنیم به‌طوری که داشته باشیم $\frac{\overline{AD}^2}{\overline{AB}^2}=m$ در این‌صورت:

$$\frac{\text{مساحت } ADE}{\text{مساحت } ABC}=\frac{\overline{AD}^2}{\overline{AB}^2}=m$$

اگر این رابطه را به صورت $\overline{AD}^2=AB\times(m\cdot AB)$ بنویسیم، معلوم می‌شود که AD واسطهٔ هندسی بین دو پارهٔ خط AB و AB . m است. بنابراین ترسیم AD یعنی پیدا کردن نقطهٔ D روی خط AB آسان‌است. (رجوع کنید به‌کتاب «نه مقالهٔ هندسه»، شماره‌های ۳۲۷ و ۳۹۶ تا ۳۹۸).



۱ ــ طوسی : تحریر مأخوذات ، ص ۱۰ : « ... وکذلك عمل جمیع الاشکال المستقیمة الخطوط ووجه استعمال الصناع تلك الاشکال »

بخش سوم

سیری در کتاب المقنع

۲۷ـ در بخش دوم کتاب حاضر[1] نسخهٔ خطی کتاب «المقنع فی الحساب الهندی» را که یگانه نسخه‌ای است که از آن کتاب در دست است معرفی کردیم و ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ آن و فهرست مقالات و بابهای آن را نوشتیم. اینك می‌پردازیم به بررسی مطالب ریاضی آن کتاب و درهر قسمت نکته‌هائی که از حیث تاریخ ریاضیات مهم به نظر می‌آید ذکر می‌کنیم[2].

الف ـ بررسی مقدمهٔ «المقنع»

۲۸ ـ نسوی در مقدمهٔ کتاب «المقنع» از مؤلفان چند کتاب که تا زمان وی در بارهٔ حساب هندی نوشته شده بوده نام برده است[3]. این کتابها

---

۱ ـ شماره‌های ۸ تا ۱۱ کتاب حاضر

۲ ـ عکس صفحات نسخهٔ خطی موجود کتاب «المقنع» درپایان همین بخش ازکتاب حاضر به‌چاپ رسیده و برای سهولت ارجاع صفحات آن از ۱ تا ۲۳ شماره گذاری شده است. هرجا در این بخش ازکتاب حاضر به صفحات «المقنع» ارجاع شود مقصود همان صفحات چاپی مذکور خواهد بود.

۳ ـ رجوع کنید به شمارهٔ ۹ کتاب حاضر.

به‌طوری که از اسامی مؤلفان آنها برمی‌آید عبارتند از :

الف ـ «کتاب فی‌استعمال الحساب‌الهندی[۱] » تـألیف کنـدی* که در نیمهٔ اول قرن سوم هجری (یعنی در حدود دو قرن قبل از تألیف المقنع) نوشته شده است .

ب ـ «کتاب‌التخت فی‌حساب‌الهند[۲]» تألیف ابوحنیفه دینوری*(نیمهٔ اول قرن سوم هجری) .

ج ـ«کتاب‌التخت الکبیر فی‌الحساب‌الهندی[۳]» ویا «کتاب‌فی‌الحساب علی‌التخت بلامحو » تألیف مجتبای انطاکی*(قرن چهارم هجری)

د ـ « کتاب التخت فی‌الحساب الهندی[۴]» تألیف کلواذانی* (قـرن چهارم هجری) .

ه ـ « کتاب‌فی‌اصول‌حساب‌الهند[۵] » ویا « عیون‌الاصول فی‌الحساب[۶]» تألیف کوشیار گیلی* (نیمهٔ دوم قرن چهارم).

۲۹ ـ **حساب‌هندی و حساب‌با تخت و تراب ـ** مقصود ازحساب هندی روش محاسبه با دستگاه شماراعشاری‌است‌که درآن‌هریك از ارقام که برای

۱ ـ رجوع کنید به ترجمهٔ فارسی الفهرست ، ص ۴۶۶ .

۲ ـ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۷۰ و ۷۱ .

۳ ـ رجوع کنید به ترجمهٔ فارسی الفهرست ، ص ۵۰۷ .

۴ ـ رجوع کنید به ترجمهٔ فارسی الفهرست ، ص ۵۰۷ .

۵ ـ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۱۷۱ تا ۱۷۶ .

۶ ـ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۱۸۴ تا ۱۹۴ (عکس صفحات نسخهٔ خطی «کتاب عیون الاصول » درآنجا چاپ شده است) .

نوشتن عدد به‌کار می‌روند برحسب جای خود در عدد دارای ارزش نسبی هستند[۱] مثلاً درعدد ۳۲ ارزش نسبی رقم ۲ (مرتبهٔ یکان) ۲ واحد است‌ولی ارزش نسبی رقم ۳ (مرتبهٔ دهگان) ۳۰ واحد (۳ بار ۱۰) می‌باشد . اگر جای این ارقام را با هم عوض کنیم عدد ۲۳ حاصل می‌شود. در این‌صورت ارزش نسبی رقم ۲ کـه در مرتبهٔ دهگان نوشته شده ۲۰ واحد (۲ بار ۱۰) و ارزش نسبی رقم ۳ مساوی با ۳ واحد است .

ازاوایل قرن‌سوم هجری به‌بعد، که حساب‌هندی در کشورهای اسلامی رواج یافت ، محاسبه به‌وسیلهٔ « تخت و تراب » یا « تخت و میل » معمول شد . به این معنی که برای انجام دادن اعمال حساب مقداری خاك یا شن‌نرم روی تخته یا لوح مسطحی می‌گستردند[۲] وارقام را به وسیلهٔ نـوك میله‌ای روی آن می‌نوشتند و اعمال فرعی را درذهن انجام داده هروقت لازم‌می‌شد رقمی را با دست محو و رقم دیگری را به‌جای آن اثبات می‌کردند(یعنی به جای رقم محو شده از نو می‌نوشتند[۳]) . چـون این روش مـورد پسند

---

۱ ــ البته دستگاههای شمار دیگری هست که در آنها ارقـام فقط ارزش مطلق دارند مانند حساب جمل (رجوع‌کنید به : قربانی ، کاشانی نامه، ص ۱۰۹ به‌بعد).

۲ ــ قلصادی* در شرح‌کتاب « تلخیص » ابن‌البناء* نوشته است : هندیان غبار لطیفی را بر سطح چوب‌یا روی سطح مستوی دیگری می‌پراکندند وآنچه را ازضرب و تقسیم و جز آنها می‌خواستند روی آن می‌نوشتند ...(وپکه *I* ، ص ۶۰) : « واصلها (= اصل حروف غبار) علی ماقیل ان‌اهل‌الهندکان یأخذ احدهم غباراً لطیفـاً و یبسطه علی‌لوح من‌خشب اوغیره اوماکان مستوویضع ما اراده من ضربه اوقسمة او غیرذلك...»

۳ ـ در شمارهٔ ۲۸ از «کتاب فی‌الحساب علی‌التخت بلامحو » تألیف مجتبای انطاکی* نام بردیم . ظاهراً در آن‌کتاب برای اعمال حساب روشهایی ذکر شده بوده است‌که در ضمن عمل احتیاج به‌محو کردن ارقام پیدا نشود .

نبود[۱] ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی کوشیدند که روشهای دیگری را جانشین آن کنند و به‌جای تخت و تراب و میل، کاغذ وقلم به‌کار برند.

مثلا بوزجانی° (قرن چهارم‌هجری) در کتاب «فیمایحتاج الیه الکتاب والعمال من صناعة الحساب[۲]» برای هریك از اعمال ضرب و تقسیم به‌پیروی از روش هندی طریقه‌ای ذکر کرده‌ولی کوشیده است تا آن دوروش‌راطوری تکمیل و اصلاح کند که در آن احتیاج به‌تخت و تراب نباشد.

همچنین اقلیدسی° (قرن‌چهارم هجری) در کتاب «الفصول‌فی‌الحساب الهندی» برای همهٔ اعمال حساب هندی که با تخت و تراب انجام می‌شده روشهایی ذکر کرده است که در آن احتیاج به‌تخت و تراب پیدا نشود[۳]. و همهٔ مقالهٔ چهارم کتاب مذکور که دارای ۳۲ فصل است مربوط به «اصلاح روش حساب هندی» است[۴].

۳۰ ـ چندکتاب دیگر دربارهٔ حساب هندی ـ نخستین کتابی که در دورهٔ اسلامی به‌زبان عربی راجع به‌حساب هندی نوشته شد کتاب «الجمع والتفریق[۵]» تألیف خوارزمی° بود که اگرچه نام آن «الجمع والتفریق» است ولی همهٔ اعمال اصلی حساب در آن با روش هندی تشریح شده است[۶]. این کتاب چه در کشورهای اسلامی و چه بعدها در کشورهای اروپائی تأثیر فوق‌العاده داشت و مسلمانان و اروپائیان نخستین بار توسط همین کتاب و

۱ ـ رجوع کنید به: سعیدان E، ص ۴۷۹.

۲ ـ رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص ۱۳۶ تا ۱۳۸.

۳ ← سعیدان E، ص ۴۷۸.

۴ ← سعیدان E، صفحات ۴۸۳ و ۴۸۴.

۵ ← قربانی: ریاضیدانان، ص ۱۲ تا ۱۴.

۶ ← یوشکویچ G، ص ۱۸۶ به بعد.

ترجمه‌های لاتینی آن با حساب‌هندی آشنا شدند.

اصل عربی کتاب « الجمع والتفریق » خوارزمی* از بین رفته وفقط ترجمه‌های آن به‌زبان لاتینی باقی مانده است.

قدیمترین کتابی که به‌زبان عربی دربارهٔ حساب هندی در دست است کتاب «الفصول فی‌الحساب‌الهندی» تألیف ابوالحسن اقلیدسی* است که در سال ۳-۳۴۱/۹۵۲ در دمشق نوشته شده است. اگر چه متن این کتاب هنوز منتشر نشده ولی آقای سعیدان [۱] آن را در مقالهٔ جامع و جالبی معرفی کرده است[۲].

از جملهٔ کتابهای حساب که بعد از زمان نسوی به زبان فارسی تألیف گردیده و در آنها دربارهٔ حساب هندی بحث شده است یکی کتاب « شمار نامه[۳] » تألیف محمدبن ایوب طبری* (قرن پنجم هجری) و دیگری کتاب «جامع‌الحساب[۴]» تألیف صیرالدین طوسی* (قرن هفتم هجری) است.

علاوهٔ براین‌نصیرالدین‌طوسی* درسال۵ - ۶۶۳/۱۲۶۴ کتاب«جوامع الحساب بالتخت والتراب[۵] » را دربارهٔ حساب هندی به‌زبان عربی نوشته و

---

۱ ← *A.S.Saidam*

۲ ← سعیدان *E*

۳ ← شماره نامه (در فهرست منابع آخر کتاب حاضر) .

۴ ← فهرست فارسی ، ج ۱ ص ۱۵۵ - استوری *P* ، ج ۲ ص ۶ .

۵ ← این کتاب درسال ۱۹۶۷میلادی توسط آقای سعیدان منتشرشد←طوسی: جوامع (علاوه براین نسخه‌های خطی متعدد از آن در ایران و در کشورهای دیگر موجود است ← فهرست دانشگاه ، ج ۱۳ ص ۳۳۷۰ شماره ۴۴۰۹٫۲ - فهرست میکروفیلمها ، ج ۱ ص ۵۳۱ و ۷۳۸ - فهرست رضوی ، ج ۳ فصل ۱۷ ص ۱۶ ش۴۳ - و نیزرجوع کنید به‌کراوزه *S* ، ص ۴۹۶ ش ۷- بروکلمان G_1 ، ص۶۷۴ ش ۳۵ وبروکلمان S_1 ، ص ۹۳۰).

همو در کتاب « الضرب والقسمة » که به فارسی است در بارهٔ حساب هندی بحث کرده است .

البته‌هم قبل از زمان نسوی و هم بعداز وی کتابهای متعدد به‌زبانهای فارسی وعربی دربارهٔ قسمتهای مختلف‌علم حساب و علم عدد (ارثماطیقی) تألیف شده است که از موضوع بحث ماکه دراینجا منحصر به‌حساب هندی و حساب باتخت و تراب است خارج می‌باشد[1] .

۳۱ – نخستین‌کتاب فارسی دربارهٔ حساب‌هندی – تا آنجا که اطلاع داریم قدیمترین کتابی که به‌زبان فارسی منحصراًدربارهٔ حساب هندی تألیف شده همین کتاب «المقنع فی‌الحساب الهندی» تألیف نسوی است که اصل فارسی آن از بین رفته و ترجمهٔعربی آن که توسط خود مؤلف صورت‌گرفته در دست است . نسوی خود در مقدمهٔ این کتاب نوشته است[2] که ابتدا آن را برای مجدالدولهٔ دیلمی به فارسی‌تألیف کرده و بعدآن را برای شخص دیگری به‌عربی برگردانده است .

ب – بررسی مقالهٔ اول المقنع

مقالهٔ اول « المقنع » مشتمل برپانزده باب است و موضوع آن شرح اعمال جمع وتضعیف وتفریق وتنصیف وضرب و تقسیم عددهای صحیح و

۱ ـ مانندکتاب « طرائف‌الحساب » تألیف ابوکامل شجاع‌بن اسلم* (قرن‌سوم هجری) و « الکافی فی‌الحساب » ونیز « البدیع فی‌الحساب» تألیف ابوبکر کرجی* که قسمت‌عمدهٔ آنها دربارهٔ جبراست وهمچنین کتاب « تذکرةالاحباب فی‌بیان التحاب» تالیف‌کمال‌الدین فارسی* (←قربانی : دو ریاضی دان ، ص ۱۶) که دربارهٔ قسمتی‌از علم عدد (ارثماطیقی) است .

۲ ← شمارهٔ ۹ کتاب حاضر .

استخراج جذر و کعب از آن اعداد و امتحان درستی اعمال مذکور بـه وسیلهٔ عدد ۹ است.

۳۲ ــ عددنویسی ــ درباب اول، مؤلف صور ارقام نه‌گانهٔ ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ و ۸ و ۹ و مراتب یکان و دهگان و صدگان و هزارگان را شرح می‌دهد وچگونگی نوشتن اعداد را با این ارقـام بیان می‌کند[۱]. و می‌گوید که اصحاب علم حساب در بعضی از صور این ارقام با هم اختلاف دارند[۲]. و روش نوشتن اعداد را با این ارقام روش هندی[۳] وارقام نـه‌گانهٔ مذکور را «اصل حساب هند» می‌نامد[۴].

نسوی برای ارقـام چهار مـرتبه تمیز می‌دهد[۵] کـه عبارتند از یکان (آحاد) و دهگان (عشرات) و صدگان (مآت) وهزارگان (الوف) و می‌گوید کـه برای نـامیدن مراتب بـالاتر لفظ هزار را تکرار می‌کنند. وی عدد ۹۸۷،۶۵۴،۳۲۱ را چنین می‌خواند[۶]: ۹۰۰هزارهزار و۸۷ هزارهزار و۶۵۴ هزار و۳۲۱ واحد[۷]. ومی‌گوید که علمای‌حساب درعدهٔ مراتب باهم‌اختلاف

۱ ــ المقنع ، ص ۱ س ۱۷ : الباب الاول فی‌صورالحروف التسعه .

۲ ــ دربارهٔ این اختلاف رجوع کنید به ویکه I ، ص ۶۳ به‌بعد .

۳ ــ المقنع ، ص ۱ س ۱۷ : وضع‌الاعداد بـالهندیة ــ ص ۲ س ۴ : نکتبها بهذالوضع‌الذی هوالهندیه » .

۴ ــ المقنع ص ۲ س ۲ : «فیکون جمیع مراتب هذه‌الحروف التسعه‌التی‌اصل الحساب الهند ... »

۵ ــ المقنع ، ص ۱ س ۲۰

۶ ــ المقنع ، ص ۲ س ۳ .

۷ ــ در شمارنامه (ص ۶) به جای « ۹۰۰ هزار هزار و ۸۷ هـزار هـزار » یك جا نوشته شده است « ۹۸۷ هزار هزار » و البته این بهتر است (« شمارنـامه » بعد از « المقنع » نوشته شده است) .

دارند[1]. بعضی از آنان عدهٔ مراتب را چهار می‌دانند و بعضی دیگر سه مرتبه قائل هستند که عبارتند از یکان ودهکان وصدگان . این عده مرتبهٔ هزارگان را به‌منزلهٔ یکان می‌دانند و قول آنان درست‌تر است[2].

محمدبن ایوب طبری* در کتاب «شمارنامه» که بعد از «المقنع» نوشته شده است نام مراتب ارقام را روشنتر از نسوی بیان کرده[3] و این موضوع در «مفتاح الحساب» تألیف غیاث‌الدین جمشید کاشانی* بهتر از کتابهای مذکور تشریح شده‌است. کاشانی* می‌نویسد[4]: «مراتب عبارت‌است ازمواضع ارقام متوالی، ازراست به‌چپ‌روی‌سطری که‌عدد در آن‌نوشته‌شده‌است. موضع‌اول را مرتبهٔ‌یکان وموضعی که درسمت چپ آن‌است مرتبهٔ‌دهگان وموضعی که در سمت چپ مرتبهٔ دهگان‌است مرتبهٔ صدگان می‌نامند. بعد از آن، سه‌موضعی راکه پس از سه موضع اول می‌آید به‌ترتیب یکان هزار و دهگان هزار و صدگان هزار می‌خوانند . در دورهای بعدی یعنی مواضع سه‌گانه‌ای که در

۱ ــ قلصادی* در شرح کتاب «تلخیص» ابن‌البناء* نوشته است «مراتب در نزد فیثاغوریان که اهل عدد هستند شش است و اما جمهور قدما مراتب را چهار محسوب می‌دارند» (رجوع کنید به وپکه I، ص ۵۸.)

۲ ــ المقنع ، ص ۱ س ۲۶ به بعد .

۳ ــ شمارنامه ، ص ۴ .

۴ــ مفتاح‌الحساب، ص ۸ و ۹ : « و اما المراتب فهی مواضع الارقام المتوالیة من‌الیمین الی‌الیسار فی‌الصف . و سموا الموضع‌الاول مرتبةالاحاد والموضع‌الذی عن یسار مرتبةالعشرات فالذی عن یساره مرتبةالمأت . ثم‌بعد ذلك سموا‌ثلثه مواضع تجیء بعد الثلثة الاولی آحادالالوف وعشرات‌الالوف ومآت‌الالوف. ثم‌آحاد الوف الالوف و عشرات الوف الالوف ومآت الوف الالوف وهکذا یتزاید لفظة الالوف بتزاید الادوار اعنی المواضع الثلثة الاتیه عقیب الاخری بالغا مابلغ» .

دنبال یکدیگر می‌آیند (برای هردور یك بار) لفظ هزار را تکرار می‌کنند» یعنی به‌جای لفظ میلیون (*Million*) که امروزه استعمال می‌کنیم « هـزار هزار» و به‌جای لفظ بیلیون (*Billion*) یا میلیارد (*Milliard*) « هزار هزار هزار » گفته می‌شود .

۳۳ ـ نسوی دربارهٔ به‌کاربردن صفر می‌نویسد[۱] : « مراتبی کـه پیش از آنها ، در یك مرتبه و مراتب پایین‌تر از آن ، عدد (= رقم) نباشد قبل از آن مرتبه به‌جای عدد (= ارقام) مفقود صفر می‌گذاریم تا معلوم شود کـه در آن مرتبه یا مراتب عدد (= رقم) وجود ندارد . به‌کار بردن صفر برای محفوظ نگاهداشتن مراتب (سایر ارقام) است[۲] . مثلا برای نـوشتن عدد صد ، رقم یك را می‌نویسیم و پیش از آن دو صفر به‌جای یکان و دهگـان می‌گذاریم .

در اینجا نسوی فقط از به‌کاربردن صفر در سمت راست اعداد گفتگو کرده و به‌اینکه ممکن است صفر دربین ارقام واقع شود اشاره‌ای نـکرده است . اما محمدبن ایوب طبری* در کتاب « شمارنامه » با صراحت به‌ایـن

---

۱ ـ المقنع ، ص ۲ س ۶ به‌بعد: «فاماالمراتب التی‌لایکون قبلها فی‌المرتبه و دونها عدد یثبت قبل ذلك العدد صفرا بدلا من‌العددالمفقود...»

۲ ـ قدما صفر را به‌صورت دایره کوچکی می‌نوشته‌اند و دراین اواخر مرسوم شده است که صفر را به‌صورت نقطه می‌نویسند واین امر موجب اشتباهاتی مـی‌شود . رجوع کنید به قربانی ، ریاضیدانان ایرانی ، ص ۵۷ شمارهٔ ۱۰۶ و یادداشت شمارهٔ ۲ ذیل‌همان‌صفحه. درهمان‌کتاب ص۱۴۷ شماره ۲۲۰ موضوع به‌کاربردن صفر به‌عنوان نماینده قوهٔ اعداد بررسی شده است .

موضوع پرداخته است[۱] .

۳۴ ـ تضعیف و تنصیف ـ پیش از آنکه به شرح اعمال جمع و تفریق بپردازیم دربارهٔ دو عمل تضعیف (دوبرابر کردن) و تنصیف (نصف کردن) توضیحی می‌دهیم . اگر چه تضعیف حالت خاصی از عمل ضرب و تنصیف حالت خاصی از عمل تقسیم است ، در کتابهای حساب دورهٔ اسلامی این دو عمل جداگانه مورد بحث قرار گرفته و این امر از راه ترجمهٔ آن کتابها به‌زبان لاتینی به کتابهای حساب اروپائی نیز سرایت کرده است[۲] .

خوارزمی* (قرن سوم هجری) در کتاب حساب خود[۳] بعد از جمع و تفریق ابتدا عمل تنصیف و پس از آن عمل تضعیف را بیان کرده است . اقلیدسی* (نیمهٔ اول قرن چهارم هجری) در کتاب « الفصول فی‌الحساب الهندی » اعمال تضعیف و تنصیف را بر اعمال افزودن و کاستن مقدم داشته و تضعیف را پیش از تنصیف شرح داده است[۴].

کوشیار گیلی* (نیمهٔ دوم قرن چهارم هجری) در کتاب «عیون‌الاصول فی‌الحساب » از عمل تضعیف گفتگو نکرده ولی عمل تنصیف را نوعی

۱ ـ شمارنامه ، ص۶ س ۷ به‌بعد ـ و نیز رجوع کنید به‌مفتاح‌الحساب، ص۹. در آنجا می‌نویسد : « و کل مرتبه لایکون هناك عدد تجب ان یوضع فیها صفر علی صورة دائرة صغیرة لئلایقع خلل فی‌المراتب » یعنی : « و هر مرتبه‌ای که در آن عدد نباشد لازم است که در آن مرتبه صفری به صورت دایره‌ای کوچك قرار دهیم تاخللی در مراتب حاصل نشود » .

۲ ← اسمیث H ، ج ۲ ص ۳۴ و ۳۵ .

۳ ← قربانی ، ریاضیدانان ایرانی ، ص ۱۲ .

۴ ← سعیدان E ، ص ۴۸۲ .

از عمل تفریق دانسته است[۱] . محمدبن ایوب طبری* (قرن پنجم هجری) در کتاب «شمارنامه» اعمال مضاعف کردن و تنصیف را پس از اعمال افزودن و کاستن جداگانه مورد بحث قرار داده است[۲] . کاشانی* (اواخر قرن هشتم و اوایل قرن نهم هجری) در «مفتاح الحساب» تضعیف و تنصیف را پیش از اعمال جمع و تفریق بیان کرده است[۳] . محمدباقر یزدی* (قرن یازدهم هجری) نیز تضعیف و تنصیف را پیش از جمع و تفریق شرح داده است[۴].

اما نسوی ، هم در مورد عددهای صحیح[۵] و هم در مورد کسرهای متعارفی[۶] و عددهای کسری[۷] و هم در بارهٔ کسرهای شصتگانی[۸] عمل افزودن را به دو نوع جمع و تضعیف و عمل کاستن را به دو نوع تفریق و تنصیف تقسیم کرده است .

***

در نظر گرفتن عمل تضعیف به‌عنوان عملی جداگانه سنتی بوده که از ریاضیات مصری سرچشمه گرفته . توضیح آنکه مصریان برای آنکه زحمت از بر کردن جدول ضرب را به‌خود ندهند عمل ضرب را با دوبرابر کردن متوالی یکی از دو عامل ضرب انجام می‌دادند . اساس این روش این است

۱ ← قربانی ، ریاضیدانان ، ص ۱۸۶ : «ومن النقصان نوع هوالتنصیف» و رجوع کنید به لوی وپتروك ، ص ۵۱ .

۲ ← شمار نامه ، ص ۱۱ تا ۱۴ .

۳ ← مفتاح الحساب ، ص ۹ و ۱۰ .

۴ ← عیون الحساب، مطلب دوم و مطلب سوم از باب اول.

۵ ← المقنع ، ص ۲ س ۱۵ و ص ۳ س ۲۹ .

۶ ← المقنع ، ص ۱۱ س ۲۹ و ص ۱۳ س ۸ .

۷ ← المقنع ، ص ۱۴ س ۱۲ و ص ۱۴ س ۲۷ .

۸ ← المقنع ، ص ۱۸ س ۱۲ و ص ۱۹ س ۱۱ .

که هر عدد را می‌توان به صورت مجموعی از قوای عدد ۲ نوشت[1] .

فرض کنیم که می‌خواهیم عدد ۲۶ را در عدد ۳۳ ضرب کنیم. چون

$$۲۶ = ۱۶ + ۸ + ۲$$

پس کافی است حاصل ضربهای عدد ۳۳ را دراعداد ۲ و ۸ و ۱۶ باهم جمع کنیم . این عمل را می‌توان به‌شکل زیر مجسم کرد :

۱	۳۳	
۲ ※	۶۶	۶۶
۴	۱۳۲	
۸ ※	۲۶۴	۲۶۴
۱۶ ※	۵۲۸	۵۲۸
		۸۵۸

یعنی عدد ۳۳ را متوالیاً دو برابر مـی‌کنیم و سپس مجموع حاصل ضربهای ۳۳ را در اعداد ۲ و ۸ و ۱۶ که درسمت چپ آنها علامت ※ قرار داده‌ایم با هم‌جمع می‌کنیم تا حاصل ضرب‌مطلوب یعنی ۸۵۸ به دست‌آید .

روش ضرب مصریان بعدها کاملتر شد و به صورت ضرب بـه وسیلهٔ تضعیف و تنصیف درآمد. اساس این روش پیداکردن مضربهای یکی از دو عامل است که بایدآنها را با هم جمع کنیم تا حاصل ضرب به‌دست‌آید.

مثلا برای ضرب کردن ۲۶ در ۳۳ یکی از عـاملها مثلا ۲۶ را مرتباً نصف و عامل دیگر یعنی ۳۳ را مرتباً دو برابر می کنیم :

۱ ـــ ایوز I ، ص ۳۹ به بعد .

	۳۳	۲۶
۶۶	۶۶ *	۱۳
	۱۳۲	۶
۲۶۴	۲۶۴ *	۳
۵۲۸	۵۲۸ *	۱
۸۵۸		

اکنون در ستون دوبرابرها (ستون سمت راست) مضربهایی از **۳۳** راکه درمقابل اعداد فرد ستون نصفها (ستون سمت چپ) قرار دارند، یعنی، اعداد ۶۶ و ۲۶۴ و ۵۲۸ راکه در سمت راست آنها علامت * قرار داده‌ایم، با هم جمع می‌کنیم تا حاصل ضرب مطلوب به دست آید .

***

اعمال تضعیف و تنصیف امروزه در ماشینهای حساب الکترونیکی که با سرعت زیادکار میکنند به‌کار میرود .

۳۵ ـ جمع ـ نسوی در باب دوم از مقالهٔ اول ، عمل زیادة یعنی افزودن اعداد را بریکدیگر[1] به‌دو نوع تجزیه می‌کند . یکی آنکه دوعدد داشته باشیم و بخواهیم یکی از آنها را بر دیگری بیفزاییم و این عمل را جمع می‌نامد . دیگر آنکه یك عدد داشته باشیم و بخواهیم آن را یك یا چند بار دو برابر کنیم و این عمل را چنانکه گفتیم[2] تضعیف مینامد [3].

بنابراین‌نسوی عمل تضعیف‌را نوع‌خاصی ازعمل افزودن(زیادة) محسوب

۱ـ المقنع ص ۲ س ۱۲ : «الباب‌الثانی فی زیادةالأعداد بعضها علی بعض».
۲ ـ رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۳۴ کتاب حاضر .
۳ـ برای دانستن‌چگونگی عمل تضعیف رجوع‌کنید به شمارهٔ ۳۶ کتاب‌حاضر.

داشته است . خاطرنشان می‌کنیم‌که در اینجا نسوی اصطلاح زیادة یعنی افزودن را به معنی زیادکردن عدد به‌کار می‌بردخواه این زیادکردن به‌وسیلهٔ جمع باشد و خواه به‌وسیلهٔ دو برابرکردن عدد .

نسوی عمل جمع را از چپ به راست ، یعنی بـرعکس روشی کـه اکنون متداول است ، انجام می‌دهد[1] ودوجملهٔ جمع را مـال‌المزاد (= عدد افزودنی) و مـال‌المزادعـلیه [2] (= عددی‌که بایدبر آن افـزود) می‌نامد. و پس از بیان قاعدهٔ کلی عمل جمع به عنوان مثال عمل افزودن عدد ۶۵۴ (مزاد) را برعدد ۵۴۸۲ (مزاد علیه) چنین‌شرح میدهد[5] :

عدد مزاد یعنی ۶۵۴ را زیر عدد مزادعلیه یعنی۵۴۸۲طوری مینویسم که مراتب هم نام آنها به محاذات یکدیگر قرارگیرند ، به شکل زیر:

۵۴۸۲

۶۵۴

سپس آخرین مرتبهٔ (سمت چپ) عدد زیریـن یعنی رقـم ۶ را با رقمی‌که در بالای آن قرار دارد یعنی ۴ جمع مـی‌کنیم میشود ۱۰ . صفر ۱۰ را به‌جای رقم ۴ عدد فوقانی مینویسیم وچون حاصل ایـن جمع از ۹ بیشتر است رقم ۱ عدد ۱۰ را به رقم ۵ عدد فوقانی می‌افزاییم می‌شود ۶ . بنابراین رقم ۵ عدد فوقانی را محو وبه جای آن ۶ را اثبات‌می‌کنیم حاصل می‌شود :

۱ ــ خاطر نشان می‌کنیم‌که برای انجام دادن این اعمال تخت و تراب بـه‌کار می‌رفته و در ضمن عمل ارقامی محو و به‌جای آنها ارقام دیگری اثبات‌می‌شده است. رجوع‌کنید به‌شمارهٔ ۲۹ کتاب حاضر .

۲ ــ المقنع ، ص ۲۰ س ۱۵ .

۳ ــ المقنع ، ص ۲ س ۱۵ به بعد .

۶۰۸۲

۵۴

اکنون رقم ۵ سمت چپ عدد پایین را با رقم ۸ که دربالای آن‌واقع است جمع میکنیم می‌شود ۱۳ . رقم ۳ (یکان) از این حاصل را به جای رقم ۸عدد فوقانی‌می‌نویسیم و رقم۱ (دهگان ۱۳) را به‌جای‌صفر ثبت‌می کنم حاصل می‌شود:

۶۱۳۲

۴

حال رقم ۴ پایین را با رقم ۲ که دربالای‌آن قرار دارد جمع میکنیم و حاصل یعنی ۶ را به‌جای رقم ۲ از عدد فوقانی مینویسیم حاصل جمع مطلوب به صورت زیر به‌دست می‌آید :

۶۱۳۶

۳۶ ـ چگونگی عمل تضعیف با تخت و تراب ـ عمل تضعیف (= دو برابر کردن) نیز از چپ به‌راست انجام میگیرد . نسوی عمل تضعیف عدد ۵۸۳۵۴ را پس از بیان قاعدهٔ کلی به‌صورت زیرا انجام میدهد[1] :

آخرین مرتبهٔ سمت‌چپ یعنی رقم ۵ را دو برابر میکنیم می‌شود۱۰. و آن را چنین مینویسم :

۱۰

۵۸۳۵۴

سپس دومین رقم سمت چپ یعنی ۸ را دو برابر می‌کنیم میشود ۱۶ . رقم (یکان) یعنی ۶ را در بالای ۸ می‌نویسیم و رقم (دهگان) یعنی

۱ ـ المقنع ، ص ۳ س ۹ به بعد .

۱ را به‌جای صفر فوقانی ثبت می‌کنیم حاصل می‌شود :

۱۱۶
۵۸۳۵۴

سپس سومین رقم سمت چپ عدد یعنی رقم ۳ را دوبرابر می‌کنیم و حاصل یعنی ۶ را که از ۱۰ کوچکتر است بالای ۳ می‌نویسیم حاصل می‌شود

۱۱۶۶
۵۸۳۵۴

بعد ۵ را که چهارمین رقم سمت چپ عدد مفروض است دو برابر می‌کنیم می‌شود ۱۰ . صفر آن را بالای ۵ می‌نویسیم و رقم دهگان آن یعنی ۱ را با ۶ که در بالای ۳ واقع است جمع می‌کنیم می‌شود ۷ و حاصل می‌شود :

۱۱۶۷۰
۵۸۳۵۴

بالاخره رقم ۴ را دو برابر می‌کنیم می‌شود ۸ و آن را در بالای ۴ می‌نویسیم حاصل مطلوب به‌دست می‌آید .

۱۱۶۷۰۸
۵۸۳۵۴

۳۷ ــ تفریق ــ در باب پنجم از مقالهٔ اول، نسوی عمل نقصان یعنی کاستن یك عدد را از عدد دیگر[۱] به دو نوع تقسیم می‌کند . یکی آنکه بخواهیم عددی را از عدد دیگری که بزرگتر از آن است کم کنیم و این عمل

۱ ــ المقنع ، ص ۳ س ۲۶ : « الباب الخامس فی نقصان الاعداد بعضها من بعض » .

را تفریق می‌نامد . دیگر آنکه بخواهیم عددی را یك یا چند بار نصف کنیم و این عمل را چنانکه گفتیم[۱] تنصیف می‌نامد[۲] . بنابراین نسوی عمل تنصیف را نوع خاصی ازعمل کاستن (نقصان) محسوب داشته‌است. خاطر نشان می کنیم که در اینجا نسوی اصطلاح نقصان یعنی کاستن را به‌معنی کم کردن عدد به کار می‌برد، خواه این کم کردن به وسیلهٔ تفریق باشد و خواه به وسیلهٔ نصف کردن عدد .

نسوی عمل تفریق را نیز از چپ به‌راست ، یعنی بر عکس روشی که اکنون متداول است ، انجام می‌دهد و مفروق منه را مال‌المنقوص منه (= عددی که باید ازآن کم کرد) و مفروق را مال‌المنقوص (= عدد کم کردنی) می‌نامد. و پس از بیان قاعدهٔ کلی عمل تفریق به عنوان مثال عمل کاستن عدد ۲۴۶۲ (منقوص) را از عدد ۶۵۲۷۴ (منقوص منه) چنین‌شرح می‌دهد[۳] :

عدد منقوص یعنی ۲۴۶۲ را زیر عدد منقوص منه یعنی ۶۵۲۷۴ طوری می‌نویسیم که مراتب هم نام آنها به محاذات یکدیگر قرار گیرند به‌شکل زیر :

۶۵۲۷۴

۲۴۶۲

سپس از آخرین مرتبهٔ سمت چپ منقوص شروع می کنیم و ۲ را

---

۱ ــ رجوع کنید به شمارهٔ ۳۴ کتاب حاضر .

۲ ـ برای دانستن چگونگی عمل تنصیف رجوع کنید به شمارهٔ ۳۸ کتاب‌حاضر

۳ــــ← المقنع ، ص ۳ س ۳۰ به بعد .

از ۵ که در بالای آن قرار دارد کم کرده حاصل یعنی ۳ را به‌جای ۵ ثبت می‌کنیم :

۶۳۲۷۴

۴۶۲

اکنون چون ۴ از ۲ که در بالای آن قرار دارد کوچکتر است ۴ را از ۱۲ کم می‌کنیم می‌شود ۸ و ۸ را به‌جای ۲ می‌نویسیم و در عوض ۱۰ که به ۲ افزودیم یك واحد از رقم بعدی یعنی ۳ کم می‌کنیم حاصل می‌شود:

۶۲۸۷۴

۶۲

و به همین نحو عمل را ادامه می‌دهیم حاصل به صورت ۶۲۸۱۲ به‌دست می‌آید .

۳۸- چگونگی عمل تنصیف با تخت وتراب - عمل تنصیف(= نصف کردن) برعکس اعمال دیگر از راست به‌چپ صورت می‌گیرد . نسوی قاعدهٔ این عمل را چنین بیان می‌کند[1]:

عمل را از نخستین رقم سمت راست عدد شروع می‌کنیم . اگر این رقم زوج بود آن را نصف می‌کنیم و حاصل را به‌جای‌همان رقم می‌نویسیم و اگرفرد بود یکی از آن می‌کاهیم تا زوج شود و آن را نصف کرده حاصل را به جای آن رقم می‌نویسیم . و به ازای آن یك واحدکه از رقم مذکور کاستیم، که در واقع ده برابرواحد مرتبهٔ قبل است و نصف آن ۵ می‌شود، ۵ واحد به‌حاصل مرتبهٔ قبلی‌می‌افزاییم وعمل را به‌همین نحو ادامه می‌دهیم. مثلاً می‌خواهیم عدد **۲۵۸۷۳۴** را نصف کنیم[2] . رقم سمت راست

۱- المقنع ، ص ۴ س ۳۵ به بعد .
۲- المقنع ، ص ۵ س ۵ .

یعنی ۴ را نصف می‌کنیم می‌شود ۲ و این ۲ را به جای ۴ ثبت می‌کنیم :

۲۵۸۷۳۲

سپس چون رقم دوم از سمت راست ، یعنی ۳ ، فرد است یك واحد از آن می‌کاهیم باقی می‌ماند۲. این۲را نصف می‌کنیم وبه‌جای۳ می‌نویسیم. و به‌ازای‌آن یك واحدکه کاستیم‌که ده برابر واحد مرتبهٔ قبلی است نصف ده یعنی ۵ واحد به رقم ۲ اضافه می‌کنیم می‌شود :

۲۵۸۷۱۷

باز ۷ را نصف می‌کنیم می‌شود سه ونیم و ۳ را به‌جای ۷ می‌نویسیم و به ازای آن نیم‌که در واقع ۵ واحد از مرتبهٔ قبلی است ۵ واحد به ۱ اضافه می‌کنیم می‌شود :

۲۵۸۳۶۷

و به‌همین نحو عمل را ادامه می‌دهیم تا به ترتیب حاصل شود .

۲۵۴۳۶۷

۲۲۹۳۶۷

۱۲۹۳۶۷ حاصل مطلوب

تبصره ــ در این مثالی که نسوی آورده است رقم اول سمت‌راست (یعنی ۴) زوج است و می‌توان آن را نصف‌کرد . مؤلف در این موضع ازکتاب نگفته است‌که اگر رقم سمت راست فرد بود چه بایدکرد ، زیرا هنوز کسررا تعریف نکرده است .

اما محمدبن ایوب طبری* در باب ششم از فصل اول « شمارنامه » می‌نویسد[1]: « و اگر آحاد ندارد یعنی خود آحاد بود این نیم را به‌زیرآحاد

۱ ــ← شمارنامه ، ص ۱۳ س ۳ به بعد .

فرد نهیم برین صورت » :

۰

۱

۲

مقصود این است که مثلاً نصف عدد ۶۴۵ می‌شود ۳۲۲

۱

۲

یعنی $\frac{۱}{۲}$ ۳۲۲. وهمچنین نصف عدد ۶۴۱ می‌شود ۳۲۰

۱

۲

یعنی $\frac{۱}{۲}$ ۳۲۰

۳۹ــ ضرب[۱]ــ درباب هشتم مقالهٔ اول، مؤلف ضرب عددهای صحیح را چنین تعریف می‌کند[۲] : « ضرب عبارت است از تضعیف یکی از دوعدد به تعداد آحاد عدد دیگر » و این شبیه تعریفی است که بیرونــی در التفهیم کرده است[۳] : « ضرب چیست ؟ عدد را چند بار عدد دیگر کردن است[۴] » . باید متوجه بود که در تعریف فوق اصطلاح « تضعیف » به معنی چند برابر

۱ ــ دربارهٔ تعریف ضرب رجوع کنید به اسمیث H ، ج ۲ ص۱۰۲.

۲ ــ المقنع، ص ۶ س ۱ : «الباب الثامن فی‌حدالضرب واقسامه وعمله فی‌العدد الصحیح . الضرب تضعیف احدالعددین بقدر ما فی‌الاخر من الاحاد » .

۳ ــ التفهیم ، ص ۴۱ .

۴ ــ در التفهیم عربی ، ص ۳۱ نظیر این عبارت چنین است : « مــاالضرب ؟ هو تضعیف احدالعددین مرات تساوی احاد الاخر » .

کردن آمده است[۱] و نه به‌معنی دو برابر کردن چنانکه قبلا دیدیم[۲].

تعریفی که محمدبن ایوب طبری* در باب هفتم از فصل اول کتاب «شمارنامه» برای عمل ضرب کرده است رساتر از تعریف‌فوق به نظرمی‌آید. طبری* می‌نویسد[۳]: «اما معنی ضرب ، درهم‌زدن دوعدد است . و معنی درهم زدن دوعدد، آنست که‌آن عددرا چند آن‌عدد بشماریم. مثلا چنانکه‌خواستیم که پنج را در شش ضرب کنیم بدین آن می‌خواهیم‌که پنج را شش بار بشماریم و آن سی باشد » .

کاشانی* در «مفتاح الحساب» ضرب اعداد صحیح را چنین تعریف کرده است[۴] : « ضرب‌کردن دو عدد صحیح عبارت از یافتن امثال یکی از آن دو عدد است به‌عدهٔ آحاد عدد دیگر[۵]».

نسوی برای عمل ضرب [۶] ، بر حسب آنکه یکی از دو عامل ضرب یا هر دوی آنها عدد صحیح یاکسریا عددکسری باشد ، شش حالت تمیز داده است . حالت اول راکه ضرب عددصحیح در عدد صحیح است در همین باب هشتم از مقالهٔ اول[۷] به نحوی‌که خواهیم دید شرح داده و بقیهٔ

۱ــ و رجوع‌کنید به معنی تضعیف در کتاب « کشاف اصطلاحات الفنون » ، چاپ‌کلکته ، ج ۲ ص ۸۸۸ .

۲ ← شمارهٔ ۳۶ کتاب حاضر .

۳ ← شمارنامه ، ص ۱۴ .

۴ــ مفتاح‌الحساب، ص۱۲: «فی‌الضرب وهو فی‌الصحاح طلب‌امثال‌احدا لعددین بعدة‌الاخر» .

۵ ــ و رجوع‌کنید به قربانی ، کاشانی نامه ، ص۵۸ .

۶ ــ دربارهٔ روشهای مختلف عمل ضرب رجوع کنید به اسمیث H ، ج ۲ ص ۱۰۶ به بعد .

۷ ← المقنع ، ص ۶ س ۷ به بعد .

حالات را در بابهای بعد بیان کرده است . به این شرح[۱] :

حالت دوم ـ ضرب کسر در کسر[۲] (ضرب‌الکسور فی‌الکسور) .

حالت سوم ـ ضرب عدد کسری در عدد کسری[۳] (ضرب الصحاح و الکسور فی‌الصحاح والکسور[۴]).

حالت چهارم ـ ضرب عدد صحیح در عدد کسری[۵] (ضرب الصحاح فی‌الصحاح والکسور) .

حالت پنجم ـ ضرب عدد صحیح در کسر[۶] (ضرب‌الصحاح فی‌الکسور)

حالت ششم ـ ضرب عدد کسری در کسر[۷] (ضرب‌الصحاح والکسور فی‌الکسور) .

کاشانی در «مفتاح الحساب» همین شش حالت را تمیز داده و قاعدهٔ ضرب را برای هر یك از آنها بیان کرده است[۸] .

۱ ـ فهرست حالات مختلف عمل ضرب که درصفحهٔ ششم نسخهٔ خطی «المقنع» (سطر سوم به بعد) نوشته شده باآنچه بعداً در متن کتاب مذکور آمده است تفاوت دارد . در اینجا ما حالاتی را که در متن کتاب « المقنع » ذکر شده است آورده‌ایم .

۲ ← المقنع ، ص ۱۳ س ۱۶ به‌بعد . باب چهارم از مقالهٔ دوم .

۳ ← المقنع ، ص ۱۵ س ۴ به بعد . باب چهارم از مقالهٔ سوم .

۴ ـ مقصود از اصطلاح « الصحاح والکسور » عدد کسری است. یعنی عدد صحیحی که کسر همراه داشته‌باشد مثل $4\frac{3}{5}$. کاشانی در « مفتاح‌الحساب » گاهی این اصطلاح را به‌صورت «الصحاح والکسور » وگاهی به صورت «الصحاح مع‌الکسور» به‌کار برده‌است (مفتاح‌الحساب ، ص ۵۳ س ۱۰ به بعد) .

۵ ← المقنع ، ص ۱۵ س ۱۶ به بعد .

۶ ← المقنع ، ص ۱۵ س ۲۳ به بعد .

۷ ← المقنع ، ص ۱۵ س ۲۷ به بعد .

۸ ← مفتاح‌الحساب ، ص ۵۳ ـ باب هشتم از مقالهٔ دوم.

؛ سوی دوعامل ضرب را همانگونه‌که امروزه‌معمول‌است «مضروب» و « مضروب فیه» می‌نامد و برای ضرب اعداد صحیح قاعدهٔ کلی بیان‌میکند و آن قاعده را روش ضرب هندی می‌نامد[1] و سپس به‌ذکر مثالی مـی‌پردازد به‌این شرح :

۴۰ ــ مثال ضرب‌هندی[2] ــ می‌خـواهیم عـدد ۳۲۴ را در عدد ۷۵۳ ضرب کنیم .

مضروب‌فیه یعنی ۵۷۳ را طوری درزیرمضروب یعنی۳۲۴ مینویسیم که مرتبهٔ اول (= یکان) مضروف فیه به محاذات آخرین مـرتبهٔ مضروب قرارگیرد ، بدین صورت :

۳۲۴	مضروب
۷۵۳	مضروب فیه

و ازآخرین مرتبهٔ عددبالا یعنی رقم ۳ (از عدد ۳۲۴) شروع میکنیم وآن را در هریك از مراتب عدد زیرین به شرح زیر ضرب می کنیم :

۲۱ = ۷ × ۳ رقم ۱ را در بالای ۷ می‌نویسیم و رقـم ۲ را در سمت چپ آن ثبت می کنیم . حاصل می‌شود :

۲۱ ۳۲۴

۷۵۳

۱۵ = ۵ × ۳ رقم ۵ را در بالای ۵ از عدد زیرین می‌نویسیم و به‌ازای دهگان عدد ۱۵ یعنی ۱ یك واحد به رقـم ۱ کـه در بـالای ۷ قرار دارد

۱ ــ المقنع، ص۶ س۶: «ضرب‌الاعدادالصحاح بعضها فی بعض‌علی‌طریق‌الهند»

۲ ــ چون این روش در برخی ازکتابهای تاریخ ریاضیات به‌طورکامل تشریح نشده است در اینجا به‌تفصیل آن را شرح می‌دهیم .

می‌افزاییم حاصل می‌شود :

۲۲۵۳۲۴

۷۵۳

۹ = ۳ × ۳ رقم ۹ را به‌جای ۳ در عدد بالایی می‌نویسیم، می‌شود :

۲۲۵۹۲۴

۷۵۳

اکنون مضروب فیه را از محل خود یك رقم به سمت راست انتقال می‌دهیم . به قسمی که رقم ۳ که نخستین مرتبهٔ زیرین است به محاذات رقم ۲ در عدد بالایی قرار گیرد .

به این صورت :

۲۲۵۹۲۴

۷۵۳

این بار ، رقمی که در عدد بالایی درست مقابل نخستین مرتبهٔ عدد زیرین قرار دارد رقم ۲ است. آن را در هریك ازمراتب عدد زیرین ضرب و حاصل را با مرتبهٔ نظیر خود در عدد بالایی جمع می کنیم و به‌جای آن قرار می‌دهیم[1] . به‌ترتیب حاصل می‌شود :

۲۳۹۹۲۴
۷۵۳
← ۱۴ = ۷ × ۲

۲۴۰۹۲۴
۷۵۳
← ۱۰ = ۵ × ۲

۱ ــ به‌عبارت دیگر رقم بالایی را محو و به‌جای آن حاصل مذکور را اثبات می کنیم .

$$\left.\begin{matrix}۲۴۰۹۶۴\\۷۵۳\end{matrix}\right\} \leftarrow ۲ \times ۳ = ۶$$

باز مضروب فیه را یك رقم به سمت راست انتقال می‌دهیم . به‌این صورت :

$$\begin{matrix}۲۴۰۹۶۴\\۷۵۳\end{matrix}$$

این بار ، رقمی که درعدد بالایی درست مقابل نخستین مـرتبهٔ عـدد زیرین قرار دارد رقم ۴ است. آن را در هریك از مراتب عدد زیرین ضرب وعمل را مانند فوق ادامه می‌دهیم . به‌ترتیب حاصل می‌شود:

$$\left.\begin{matrix}۲۴۳۷۶۴\\۷۵۳\end{matrix}\right\} \leftarrow ۴ \times ۷ = ۲۸$$

$$\left.\begin{matrix}۲۴۳۹۶۴\\۷۵۳\end{matrix}\right\} \leftarrow ۴ \times ۵ = ۲۰$$

$$\left.\begin{matrix}۲۴۳۹۷۲\\۷۵۳\end{matrix}\right\} \leftarrow ۴ \times ۳ = ۱۲$$

و حاصل ضرب مطلوب مساوی است با ۲۴۳۹۷۲

تبصره ـ ملاحظه می کنیم که در محاسبهٔ حاصل‌ضرب به‌روش هندی به وسیلهٔ‌تخت و تراب ، اولاً مضروب فیه در همهٔ مراحل محاسبه نوشته و حفظ می‌شود . با این تفاوت که در هرمرحله یك رقم به سمت راست انتقال می‌یابد . ثانیاً در ضمن محاسبهٔ حاصل‌ضرب ، بطور مداوم ، ارقامی محوو ارقام دیگری به‌جای آنها ثبت می گردد .

این روش ضرب که نسوی آن را روش هندی نامیده است از زمـان

خوارزمی* (اواخرقرن‌دوم‌هجری) به‌بعد درکشورهای اسلامی متداول بوده وکوشیار گیلی* و محمدبن ایوب طبری* و دیگران آن را درکتابهای خود شرح داده‌اند[۱].

این مطلب شایستهٔ توجه است که درکتاب « المقنع » از شبکهٔ ضرب سخنی به میان نیامده است[۲] .

۴۱ ـ تقسیم [۳] در باب دهم از مقالهٔ اول ، نسوی تقسیم را چنین تعریف‌کرده است[۴] : تقسیم عکس عمل ضرب است و عبارت است ازتجزیهٔ یکی از دو عدد به‌تعداد آحاد عدد دیگر.

محمدبن‌ایوب طبری* دربارهٔ تعریف تقسیم نوشته است[۵]: اما قسمت، بخشیدن عددهاست برعددها .

کاشانی* در «مفتاح‌الحساب» عمل‌تقسیم را درمورد عددهای صحیح چنین تعریف‌کرده است[۶] : در مورد عددهای صحیح ، عمل تقسیم عبارت است از تجزیهٔ مقسوم به‌اجزای متساوی‌که عدهٔ آنها مساوی با آحاد مقسوم

---

۱ ــ خوارزمی به عنوان مثال حاصل ضرب ۲۱۴ × ۲۳۲۶ را با همین روش به دست آورده است (← یوشکویچ G ، ص ۱۹۱) . کوشیارگیلی* حاصل ضرب ۲۴۳ × ۳۲۵ را به‌عنوان مثال حساب‌کرده است (← لوی‌وپتروك ، ص ۵۲ به بعد ــ قربانی ، ریاضیدانان ایرانی ، ص ۱۸۷) . محمدبن ایوب طبری* طرز محاسبهٔ ۲۹۰۴ × ۷۵۰۶۸ را بیان‌کرده است (شمارنامه ، ص ۱۶ به بعد) .

۲ ــ رجوع کنید به قربانی ، کاشانی نامه ، ص ۶۰ .

۳ ــ دربارهٔ تعریف تقسیم رجوع‌کنید به اسمیث H، ج ۲ ص ۱۲۸ .

۴ ــ المقنع، ص۷س۱۴ به‌بعد: «القسمة عکس‌الضرب وهی‌تجزیة احدالعددین بقدر مافی‌الاخر من آحاد و هی‌ایضا اخراج نصیب الواحد الصحیح» .

۵ ← شمارنامه ، ص ۲۱ .

۶ ← مفتاح‌الحساب ، ص ۱۷ .

علیه باشد .

سپس کاشانی [*] اضافه کرده‌است که تعریف جامع عمل تقسیم این است: « تقسیم عبارت از به دست آوردن عددی است که نسبت آن به واحد مساوی با نسبت مقسوم به مقسوم‌علیه باشد($\frac{q}{1}=\frac{a}{b}$) ویا به دست آوردن‌عددی است که نسبت آن بـه مقسوم مساوی با نسبت واحـد به مقسوم علیه باشد [1]

$$\left(\frac{q}{a}=\frac{1}{b}\right)$$

نسوی برای عمل ضرب [2] ، برحسب آنکه مقسوم یـا مقسوم علیه یا هردوی آنها عدد صحیح یا کسر یا عدد کسری بـاشد نـه حالت تمیز داده است [3] به این شرح :

حالت اول ـ تقسیم عدد صحیح بـر عدد صحیح [4] (قسمة الصحاح علی الصحاح)

حالت دوم ـ تقسیم کسر بر کسر [5] (قسمة الکسور علی الکسور)

حالت سوم ـ تقسیم عدد کسری بـر عدد کسری [6] (قسمة الصحاح و

۱ ـ قربانی ، کاشانی‌نامه ، ص ۶۲ و ۶۳ .

۲ ـ دربارهٔ روشهای مختلف عمل تقسیم رجوع کنید به اسمیث H، ج۲ ص۱۳۲.

۳ ـ المقنع ، ص۷ س۱۳ به بعد ـ فهرست حالات مختلف عمل ضرب که در صفحهٔ ۷ نسخهٔ خطی « المقنع » نوشته شده با آنچه بعداً در متن کتاب مذکور آمده است اندك تفاوتی دارد. دراینجا ما حالاتی را که درمتن «المقنع» ذکر شده است آورده‌ایم.

۴ ـ المقنع ، ص۷ س۱۹ به بعد . باب دهم از مقالهٔ اول .

۵ ـ المقنع ، ص۱۳ س۱۹ به بعد ـ باب پنجم از مقالهٔ دوم .

۶ ـ المقنع ، ص۱۶ س۳ به بعد ـ باب پنجم ازمقالهٔ سوم ـ در نسخهٔ خطی به‌جای « قسمة الصحاح و الکسور علی الصحاح والکسور » نوشته شده است : « قسمة الصحاح والکسور علی الکسور » .

الکسور علی‌الصحاح والکسور) .

حالت‌چهارم ـ تقسیم عددصحیح برکسر[۱] (قسمة‌الصحاح‌علی‌الکسور)

حالت پنجم ـ تقسیم کسر برعددصحیح[۲] (قسمة‌الکسورعلی‌الصحاح)

حالت ششم ـ تقسیم عدد کسری برکسر[۳] (قسمة الصحاح والکسور علی‌الکسور) .

حالت هفتم ـ تقسیم کسر بر عدد کسری[۴] (قسمة‌الکسور علی‌الصحاح والکسور).

حالت هشتم ـ تقسیم عدد صحیح برعدد کسری[۵] (قسمة‌الصحاح علی‌الصحاح والکسور) .

حالت نهم ـ تقسیم عدد کسری برعدد صحیح[۶] (قسمة‌الصحاح والکسور علی‌الصحاح) .

همچنین محمدبن‌ایوب‌طبری[*] برای تقسیم، همین نه‌حالت‌را درنه‌باب مختلف ازکتاب « شمارنامه » شرح داده است[۷] .

۱ ـ←المقنع ، ص ۱۶ س ۱۲ به بعد .

۲ ـ←المقنع ، ص ۱۶ س ۱۵ به بعد .

۳ ـ←المقنع ، ص ۱۶ س ۱۹ به‌بعد .

۴ ـ←المقنع ، ص ۱۶ س ۲۳ به بعد .

۵ ـ←المقنع ، ص ۱۶ س ۲۷ به بعد .

۶ ـ←المقنع ، ص ۱۷ س ۱ به بعد .

۷ ـ←شمارنامه ، ص ۲۱ (باب دهم از فصل اول) و ص ۵۵ (باب هفتم از فصل دوم) وص ۶۷ (باب شانزدهم از فصل دوم) و ص ۷۳ (باب بیست ودوم از فصل دوم) و ص۷۵ (باب ۲۳ از فصل ۲) و ص ۷۷ (باب ۲۵ از فصل ۲) و ص ۷۸ (باب ۲۶ از فصل ۲) و ص ۸۰ (باب ۲۸ از فصل ۲) و ص ۸۱ (باب ۳۰ از فصل ۲) .

اما کاشانی* در « مفتاح الحساب » کار را ساده کرده و قـاعدهٔ کلی تقسیم کسرها را یکجا به‌صورت زیر بیان کرده است: « اگر مخرجها مختلف باشند مخرج مشترك می‌گیریم و اگر کسرها عدد صحیح همراه داشته باشند آنها را تجنیس می‌کنیم، و اگر مقسوم یا مقسوم علیه‌عدد صحیح باشدحکم همین است ، سپس صورت کسر مقسوم را بـر صورت کسر مقسوم علیه تقسیم ومخرج را طرح می‌کنیم[1] » .

نسوی « مقسوم » و «مقسوم علیه » را بـه تـرتیب « مال‌المقسوم » و « مال‌المقسوم علیه » نامیده است[2] . همچنانکه درمورد جمع دوجملهٔ جمع را « مال‌المزاد » و « مال‌المزادعلیه[3]» . و در مـورد تفریـق « مفـروق » و « مفروق منه » را به ترتیب « مال‌المنقوص » و « مال‌المنقوص‌منه » خوانده است [4] .

همین اصطلاحات در کتاب « عیون‌الاصول فـی‌الحساب » تـألیف کوشیار گیلی* به‌کار رفته است. با این تفاوت که کـوشیار درمـورد تقسیم « مقسوم » را « مال‌المقسوم » خوانده اما برای « مقسوم علیه » لفظ مال را به‌کار نبرده است[5] .

۱ ←مفتاح‌الحساب ، ص ۵۴ : « الباب التاسع فی‌القسمة . نوحدالمخرجین ان‌اختلفا و نجنس‌الصحاح ان‌کانت معها و کذا الحکم فیماکان احدا لمقسومین صحاحا. ثم نقسم کسرالمقسوم علی‌کسر المقسوم علیه و نطرح المخرج » . بـاید متوجه بود که در اینجا اصطلاح «کسر» به معنی « صورت‌کسر » به‌کار رفته است . رجوع کنید به قربانی ، کاشانی‌نامه ، ص ۹۸ .

۲ ←المقنع ، ص ۷ س ۲۹ : «نضع‌المال المقسوم و تحته‌المال المقسوم‌علیه»

۳ ←المقنع ، ص ۲ س ۱۵ : « نضع‌المال‌المزاد علیه و تحته‌المزاد »

۴ ←المقنع ، ص۳س۳۰ : «نضع‌المال المنقوص منه وتحته‌المال المنقوص»

۵ ←قربانی ، ریاضیدانان ، ص ۱۸۸ س ۷ : « نضع‌المـال‌المقسوم و تحته المقسوم علیه» .

لفظ « مال » در اینجا به‌معنی « مبلغ » یا « خواسته » به‌کار رفته‌است. مثلا کوشیار نوشته است[۱] : « نریدان نقسم مالاعده ۵۶۲۷ علی‌عدد صورته ۲۴۳ » و نیزدر «شمارنامه » آمده است[۲] : « پس بنهیم آن عدد را که‌خواهیم بخشیدن و او را مال مقسوم خوانیم ...»

درکتابهای ریاضی معمولاًکلمهٔ « مال » به معنی « مجذور و مربع » نیز به‌کار رفته است .

۴۲ ـ چگونگی عمل تقسیم ـ نسوی پس از بیان قاعدهٔ کلی تقسیم عددهای‌صحیح[۳] که آن را روش‌هندی[۴] می‌نامد، مثالی‌ذکر می‌کند[۵] که آن‌را در اینجا نقل می‌کنیم :

مثل ـ تقسیم عدد ۲۸۵۲ بر عدد ۱۲.

مقسوم‌علیه را به‌قسمی در زیر مقسوم می‌نویسیم که‌آخرین مراتب آنها (= ارقام سمت‌چپ آنها) به‌محاذات‌یکدیگر قرار گیرند. بر این‌صورت.

۲۸۵۲	مقسوم
۱۲	مقسوم‌علیه

سپس‌بزرگترین‌عددی‌رامی‌یابیم که اگر آن‌را دربالای‌مقسوم‌به‌محاذات رقم سمت‌راست مقسوم‌علیه بنویسیم و آن را در مقسوم‌علیه‌ضرب کنیم حاصل یا مساوی با عددی شود که درست در بالای مقسوم‌علیه واقع است (یعنی

۱ ـــ قربانی ، ریاضیدانان ، ص ۱۸۸ س ۱۲.

۲ ـــ شمارنامه ، ص ۸۱ آخرین سطر ـ و نیز رجوع کنید به شمارهٔ ۴۳ کتاب حاضر .

۳ ـــ المقنع ، ص ۷ س ۱۹ به بعد .

۴ ـــ المقنع ، ص ۸ س ۱۷ : قسمة الصحاح علی‌الصحاح بالهندی .

۵ ـــ المقنع ، ص ۷ س ۳۱ به بعد .

عدد ۲۸) و یا از آن کوچکتر گردد. این عدد ۲ است آن را چنین می‌نویسیم:

۲
۲۸۵۲
۱۲

اکنون این ۲ را که در بالا نوشته‌ایم در ارقام مقسوم‌علیه از چپ به راست (یعنی اول در ۱ وبعد در ۲) ضرب می کنیم و حاصل را از ارقام روبروی آنها در عدد ۲۸ کم می کنیم حاصل می‌شود.

۲
۴۵۲
۱۲

اینك مقسوم علیه را یك مرتبه به‌طرف راست منتقل می کنیم. بـه‌این صورت:

۲
۴۵۲
۱۲

باز بزرگترین رقمی را می‌یابیم که اگر آن را در ۱۲ ضرب کنیم بتوان آن را از ۴۵ کم کرد. این رقم ۳ است. آن‌را دربالای ۵ می‌نویسیم و مطابق باقاعده‌ای که شرحش گذشت عمل را ادامه می‌دهیم. نتیجه می‌شود:

۲۳
۹۲
۱۲

بازیك‌مرتبه مقسوم‌علیه را به‌طرف چپ انتقال می‌دهیم. به‌این‌صورت:

۲۳

۹۲

۱۲

و آخرین رقم خارج‌قسمت راکه ۷ است مطابق باشرح فوق می‌یابیم و عمل را تمام می‌کنیم. نتیجه می‌شود:

۲۳۷

۸

۱۲

و خارج قسمت ۲۳۷ است که در سطر فوقانی نوشته شده است.

خارج قسمت کامل تقسیم عدد ۲۸۵۲ برعدد ۱۲ مساوی است با $۲۳۷\frac{۸}{۱۲}$ و ملاحظه می‌شودکه باروش فوق این خارج قسمت کامل در پایان عمل مستقیماً به‌دست می‌آید. زیرا چنانکه بعداً خواهیم‌دید قدماعددکسری $۲۳۷\frac{۸}{۱۲}$ را به‌صورت:

۲۳۷

۸

۱۲

می‌نوشتند.

تبصره ـ ملاحظه می‌شودکه در محاسبهٔ خارج قسمت باروش هندی به‌وسیلهٔ تخت و تراب، اولاً مقسوم‌علیه در همهٔ مراحل محاسبه نوشته و حفظ می‌شود. با این تفاوت‌که درهرمرحله یك‌رقم به‌سمت راست انتقال می‌یابد.

ثانیاً درضمن محاسبهٔ خارج‌قسمت، به‌طورمداوم،ارقامی محووارقام دیگری به‌جای آنها ثبت می‌گردد.

این روش تقسیم که نسوی آن را روش هندی نامیده است از زمان خوارزمی* (اواخرقرن دوم هجری) به‌بعد درکشورهای اسلامی متداول بوده وکوشیار گیلی* و محمدبن ایوب طبری* و دیگران آن را درکتابهای خود شرح داده‌اند[1]

۴۳ـ استخراج جذرـ نسوی درباب دوازدهم ازمقالهٔاول جذررا چنین تعریف می‌کند[2]: «جذر ضلع مربع است. زیرا هر عدد را اگر در خودآن عدد ضرب‌کنیم حاصل را مربع و نیز مال می‌گویند. آن‌عدد راکه در نفس خود ضرب کرده‌ایم جذر این مال ونیز ضلع این مربع خوانند. مثلاً اگر ۳ را در ۳ ضرب کنیم ۹ می‌شود. ۹ را مربع یا مال ۳ می‌نامند و۳ را جذر یاضلع ۹ می‌خوانند».

نسوی برای استخراج جذر سه حالت تمیز می‌دهدکه عبارتند از استخراج جذر از عدد صحیح واستخراج جذر ازکسر[3] واستخراج‌جذر از

۱ــ خوارزمی* به‌عنوان مثال خارج‌قسمت‌تقسیم ۴۶۴۶۸:۳۲۴ را با همین‌روش به دست‌آورده است (ــــ یوشکویچ G_1، ص ۱۹۲) . کوشیار گیلی* خــارج قسمت تقسیم ۵۶۲۷:۲۴۳ را به عنوان مثال حساب کرده است (ــــ لوی وپتروك ، ص ۵۸ به‌بعد ــ قربانی، ریاضیدانان، ص ۱۸۸). محمدبن ایوب طبری* خارج‌قسمت تقسیم ۹۸۸۶۵۰۴:۹۰۹ را حساب‌کرده است (ــــ شمار نامه ، ص ۲۲ به بعد)

۲ــــالمقنع، ص ۸ س۲۴ به‌بعد ، الجذر ضلع‌المربع لان كل عدد اذا ضرب فی‌نفسه سمی‌المبلغ مربعاً ومالاً ایضاً ویسمی‌العدد المضروب فی‌نفسه جذر ذلك‌المال و ضلع ذلك المربع .

۳ــــالمقنع ، ص۱۳س۲۷ به بعد : باب ششم از مقاله دوم .

عدد کسری[۱] . ودر باب دوازدهم فقط روش جذر از عـددهـای صحیح را بیان می‌کند . وی پس از ذکر قاعدهٔ کلی استخراج جذر ازعددهای صحیح، جذر عدد ۵۷۳۴۲ را به‌عنوان مثال استخراج کرده است و ما قاعدهٔ وی را در مورد همین مثال شرح می‌دهیم[۲] .

۴۴ ــ چگونگی استخراج جذر از عدد ۵۷۳۴۲ .

ارقام عدد را از سمت راست به‌چپ مرتباً منطق واصم ومنطق واصم می‌نامیم (یعنی در واقع ازسمت راست ارقام عدد را دو به دوجدا می‌کنیم) تا به‌آخرین منطق برسیم[۳].

منطق	اصم	منطق	اصم	منطق
۵	۷	۳	۴	۲

سپس بزرگترین رقمی را جستجومی‌کنیم که اگر آن را درنفس خود ضرب کنیم حـاصل از منطق اخیر (در این مثال عدد ۵) کـوچکتر یـا مساوی باآن شود. این رقم ۲است. آن را هم دربالا وهم درزیر۵می‌نویسیم. به‌این صورت :

۲
۵۷۳۴۲
۲

و ۲ بالایی را در ۲ زیرین ضرب می‌کنیم مـی‌شود ۴ وآن را از ۵

۱ ــ ←المقنع ، ص ۱۷ س ۵ به بعد : باب ششم از مقالهٔ سوم .

۲ ــ ←المقنع ، ص ۹ س ۱۰ به‌بعد .

۳ ــ اگر مقصود استخراج جذر مثلا از عدد ۶۵۷۳۴۲ باشد بازآخرین منطق رقم ۵ می‌شود ولی برای شروع عمل باید جذر عدد ۶۵ را بگیریم .

کم می‌کنیم می‌شود ۱ این ۱ را به جای ۵ می‌نویسیم و ۲ پایین را دوبرابر می‌کنیم می‌شود ۴ و آن را یک مرتبه به سمت راست انتقال می‌دهیم حاصل می‌شود .

۲

۱۷۳۴۲

۴

اکنون بزرگترین رقمی را جستجو می‌کنیم که اگر آن را در سمت راست ۴ زیرین و در زیر رقم ۳ متعلق به‌عدد مفروض بنویسیم و آن را در نفس خود وهمچنین (بادر نظر گرفتن مراتب) در ۴ ضرب کنیم‌حاصل‌ضرب را بتوان از مراتب فوقانی کسر کرد . این رقم ۳ است. آن را هم دربالا و هم درزیر ۳ (متعلق به عدد مفروض) می‌نویسیم. به این صورت :

۲ ۳

۱۷۳۴۲

۴۳

و ۳ فوقانی را در ۴۳ ضرب و حاصل را از ۱۷۳ کم می‌کنیم چنین می‌شود :

۲ ۳

۴۴۴۲

۴۳

و رقم ۳ زیرین را دو برابر می‌کنیم . عدد زیرین می‌شود ۴۶ . آن را یك مرتبه به طرف راست انتقال می‌دهیم به این صورت در می‌آید:

۲ ۳

۴۴۴۲

۴۶

اکنون آخرین رقم سمت راست جذر را به‌نحوی کـه گفته شد پیدا می‌کنیم می‌شود۹. آن را هم در بالای۲ وهم درزیر ۲ می‌نویسیم و۹ بالایی را در ۴۶۹ ضرب و حاصل را از ۴۴۴۲ کم می‌کنیم می‌شود:

۲۳ ۹

۲۲۱

۴۶۹

اکنون رقم ۹ زیرین را در جای خود دوبرابر می‌کنیم ویك واحـد به‌آن می‌افزاییم عدد زیرین می‌شود ۴۷۹ و حاصل به‌صورت زیردر می‌آید:

۲۳ ۹

۲۲۱

۴۷۹

جذر مطلوب۔ یعنی‌جذر تقریبی تاکمتر ازیك واحد ۔ عدد۲۳۹ است

نسوی در اینجا می‌گوید که باقیماندهٔ جذر عبارت است از $\frac{۲۲۱}{۴۷۹}$

اگر ملاحظه‌کنیم که عدد ۴۷۹ مساوی با دوبرابر عدد ۲۳۹ (جـذر) به‌علاوهٔ یك است و عدد ۲۲۱ در واقع باقیمانده جذر تقریبی تـا کمتر از یك واحد است معلوم می‌شود که نسوی در حقیقت دستور زیـر را به‌کـار برده است :

$$\sqrt{N}=\sqrt{a^{۲}+b}=a+\frac{b}{۲a+۱}$$

که در آن a جذر تقریبی عدد N تا کمتر از یك واحد و b باقیماندهٔ این جذر است.

نسوی در توضیح این مطلب نوشته است[۱]: سبب این امر آنست که تفاوت بین هر دو مربع (کامل) متوالی [یعنی $(a+1)^2-a^2$] همیشه مساوی است با دوبرابر جذر عدد کوچکتر به‌علاوهٔ یك [یعنی $2a+1$].

کاشانی * کسر $\frac{b}{2a+1}$ را کسر اصطلاحی و $a+\frac{b}{2a+1}$ را جذر تقریبی اصطلاحی نامیده است[۲].

دربارهٔ محاسبه جذر تقریبی رجوع کنید به‌شمارهٔ ۶۶ بخش سوم کتاب حاضر.

۴۵ — کعب[۳] — نسوی درباب چهاردهم ازمقالهٔ اول، «کعب» راچنین

---

۱ — المقنع، ص ۹ س ۲۵ به‌بعد: «والسبب فی‌ذلك ان کل مربعین علی النظم‌الطبیعی یکون التفاوت بینهما مثل‌جذری اصغرهما و زیاده واحد ابدا».

بی‌مناسبت نیست که در اینجا توضیح دهیم که لفظ «ابدا» که در پایان عبارت فوق آمده است در ریاضیات به‌معنی «همیشه» است. مثلا کاشانی درمفتاح‌الحساب (ص ۱۷۷) نوشته است، «ننقص من عددها و احداً ابداً» یعنی «از عددآن همیشه یك واحدکم می‌کنیم» همچنین بیرونی درکتاب «قانون مسعودی» (ج ۱ص۲۷۲) نوشته است: «و اذا اردنا و ترالخمس ضربنا القطر فی‌مثله ثم فی‌خمسة ابداً» یعنی «اگروتر یك پنجم دایره را بخواهیم قطر آن را به قوهٔ ۲ می‌رسانیم و۵ واحد همیشه به‌آن اضافه می‌کنیم». بنابراین آنچه در ذیل صفحات ۱۱ و ۲۱ کتاب «شمارنامه» چاپی آمده است درست نیست.

۲ — برای کسب اطلاع بیشتر در این مورد رجوع کنید به: قربانی، کاشانی نامه، ص ۷۴ به بعد.

۳ — برای کسب‌اطلاع ازتاریخچهٔ استخراج ریشهٔ nام نزد ریاضی‌دانان ایرانی رجوع کنید به قربانی، کاشانی‌نامه، ص ۷۴ به بعد.

تعریف می‌کند[1] : اگر عددی را در مثل خودش ضرب کنیم و حاصل ضرب را درجذرش ضرب کنیم، حاصلی که از این دو ضرب به‌دست می‌آید مکعب نامیده می‌شود. وعدد نخستین‌را کعب این مکعب می‌گویند. مثل۳ و ۲۷ که اگر ۳ را در ۳ ضرب کنیم ۹ حاصل می‌شود و چون ۹را در جذر آن‌که ۳ است ضرب کنیم۲۷ به‌دست می‌آید. پس ۲۷ مکعب است و۳ کعب آن است.

مؤلف استخراج کعب را به سه حالت تقسیم می‌کند که عبارتند از: استخراج کعب اعداد صحیح و استخراج کعب کسر[2] و استخراج کعب عدد کسری[3] و دراین باب (چهاردهم) روش استخراج کعب از عددهای صحیح را بیان می‌کند و آن را روش هندی می‌نامد[4] .

نسوی قاعدهٔ کلی استخراج کعب ازاعدادصحیح‌را بیان کرده و به‌عنوان مثال کعب عدد۳۶۵۲۲۹۶ را استخراج کرده‌است. ماقاعدهٔ استخراج کعب‌را با همین مثال در شش مرحله شرح می‌دهیم.

۴۶ ـ چگونگی استخراج کعب از عدد ۳۶۵۲۲۹۶

مرحلهٔ اول ـ چهار سطر از بالا به‌پایین در نظر می‌گیریم : اول‌سطری که کعب مطلوب را در آن خواهیم نوشت و آن را سطر اعلا می‌نامیم. دوم سطری که عدد مفروض را در آن می‌نویسیم و آن را سطر اول می‌نامیم. سوم سطری که موقتاً در آن چند صفر می‌نویسیم و آن را سطر اوسط می‌خوانیم.

۱ ـ المقنع ، ص ۱۵ س ۵: «الکعب هوعدد اذا ضرب فی‌مثله وماارتفع‌من الضرب یضرب فی‌جذره فالذی یخرج من‌هذه‌الضربان یسمی‌المکعب والعددالاول یسمی کعب لذلك‌المکعب » ،

۲ ـ المقنع ، ص ۱۳ س ۳۱ به بعد : باب هفتم از مقالهٔ دوم .

۳ ـ المقنع ، ص ۱۷ س ۱۵ به‌بعد : باب هفتم از مقالهٔ سوم .

۴ ـ المقنع، ص ۱۵ س۱۱ به‌بعد : استخراج کعب للاعداد الصحاح بالهندیه

و چهارم سطر اسفل. عددمفروض یعنی۳۶۵۲۲۹۶ رادر سطرمال می نویسیم و ارقام‌آن را از راست به‌چپ به‌ترتیب منطق واصم واصم می نامیم:

۳ ۶ ۵ ۲ ۲ ۹ ۶

(یعنی در واقع ارقام‌عدد را از سمت‌راست سه به‌سه جدا می‌کنیم). آخرین رقم‌منطق (در این‌مثال) رقم ۳ است[۱] کعب تقریبی ۳ را که ۱ است به محاذات رقم ۳ هم در سطر اعلا و هم در سطراسفل می‌نویسیم و این ۱را در نفس خودش ضرب می‌کنیم و حاصل یعنی ۱ را در سطـر اوسط ثبت می‌کنیم . سپس ۱ فوقانی را در ۱ سطر اوسط ضرب می‌کنیم می‌شود ۱ . آن را از ۳ (در سطر مال) کم می‌کنیم و باقیمانده یعنی ۲ را در سطرمال به جای ۳ می‌نویسیم حاصل میشود[۲] :

سطر اعلا	۱	$a = ۱$
سطر مال	۲۶۵۲۲۹۶	(نخستین باقیمانده)
سطر اوسط[۳]	۱	$a^۲$
سطراسفل	۱	$a = ۱$

(شکل ۱)

۱ــ اگر مقصود استخراج کعب مثلاً ازعدد ۷۳۶۵۲۲۹۶ باشد بازآخرین‌رقم منطق رقم ۳ می‌شود اما برای شروع عمل باید‌کعب ۷۳ را بگیریم .

۲ ــ بطور کلی اگر نخستین رقم سمت چپ کعب را که به دست آورده‌ایم a بنامیم (در اینجا $a = ۱$) آنچه درشکل ۱ در سطر اوسط نوشته می‌شود مساوی با $a^۲$ وآنچه در سطر اسفل نوشته می‌شود مساوی با a است .

۳ ــ مطابق با آنچه نسوی‌گفته است باید در سطر اوسط به‌محاذات ارقام سطر مال چندصفر بنویسیم ولی ما برای اجتناب از اشتباه جای صفرها را خالی‌گذاشته‌ایم .

مرحله دوم ــ اکنون عددی را که در سطر اسفل نوشته‌ایم (یعنی ۱ را) دوبرابر می‌کنیم. و حاصل (یعنی ۲) را در عدد سطر اعلا (یعنی ۱) ضرب می‌کنیم. وحاصل ضرب (یعنی۲) را باعددسطر اوسط (یعنی۱)جمع می‌کنیم. وحاصل(یعنی۳)را یك مرتبه به‌سمت راست انتقال می‌دهیم. سپس عدد سطر اعلا(یعنی۱) را نیز با دوبرابر عدد سطر اسفل یعنی (۲) جمع کرده حاصل یعنی (۳) را دو مرتبه به‌طرف راست انتقال می‌دهیم شکل۲ حاصل می‌شود[1] .

سطر اعلا	۱	$a=۱$
سطر مال	۲۶۵۲۲۹۶	(نخستین باقیمانده)
سطر اوسط	۳	$۳a^۲$
سطر اسفل	۳	$۳a$

(شکل ۲)

مرحلهٔ سوم[2] ــ اکنون بزرگترین رقمی را جستجو می‌کنیم که اگر آن را در ۳ که در سطر اسفل نوشته شده و همچنین در خودش ضرب کنیم و این دو حاصل را (با در نظرگرفتن مراتب) با عدد سطر اوسط جمع کنیم و این حاصل جمع را بازدر عددی که یافته‌ایم ضرب کنیم[3] ، حاصل باآنچه

۱ ــ به‌طورکلی اگر نخستین رقم کعب را که به دست آورده‌ایم a بنامیم (در اینجا $a=۱$) آنچه در شکل ۲ درسطر اوسط نوشته می‌شود مساوی با $۳a^۲$ وآنچه‌در سطر اسفل نوشته می‌شود مساوی با $۳a$ است .

۲ ــ باید متوجه بود که در مراحل اول و دوم، هم از عدد ۳ کعب‌گرفتیم، یعنی رقم سمت چپ‌کعب مطلوب را یافتیم، وهم مقدمهٔ کاررابرای مرحلهٔ سوم فراهم‌آوردیم. درمرحلهٔ سوم هدف تعیین دومین رقم سمت چپ‌کعب، یعنی در واقع استخراج کعب‌از عدد، ۳،۶۵۲ و فراهم‌آوردن مقدمه برای مرحلهٔ چهارم است.

۳ ــ اگر رقم مطلوب را b و قدر نسبی رقم یـافته شده را a بنامیم (در اینجا $a=۱۰$) باید مقدار زیر را حساب کنیم :

$$[۳a^۲+(۳a+b)b]b=۳a^۲b+۳ab^۲+b^۳$$

درسطر مال نوشته شده مساوی شودیاکوچکتر ازآن‌گردد[۱]. این رقم۵است ۵ را در سطر اسفل، در سمت راست رقم ۳ ، و همچنین در سطر اعلا به محاذات رقم ۲ که دومین رقم منطق ازسمت چپ است می‌نویسیم. سپس ۵ را در ۳ که در سطر اسفل است و همچنین در خودش ضرب و حاصلها را (بادر نظرگرفتن مراتب) با هم جمع می‌کنیم (یعنی در واقع ۵ سطر اعلا را در ۳۵ ضرب می‌کنیم می‌شود ۱۷۵) و این مجموع را به ۳ که در سطر اوسط است (با در نظر گرفتن مراتب) می افزاییم (۴۷۵ = ۳۰۰ + ۱۷۵) می‌شود ۴۷۵ و این حاصل را در سطر اوسط ثبت می‌کنیم[۲] . سپس ۴۷۵ را در۵ ضرب‌کرده حاصل یعنی ۲۳۷۵ را[۳] از۲۶۵۲ کم می‌کنیم می‌شود ۲۷۷ واین ۲۷۷ را درسطرمال‌به‌جای ۲۶۵۲می‌نویسیم، شکل زیر در حاصل می‌شود :

سطر اعلا	۱ ۵	$a=۱۰$ و $b=۵$
سطرمال	۲۷۷۲۹۶	(باقیماندهٔ جدید)
سطراوسط	۴۷۵	$۳a^۲+۳ab+b^۲$
سطر اسفل	۳۵	$۳a+b$

(شکل ۳)

مرحلهٔ چهارم ــ اکنون رقم ۵ سطر اسفل را دو برابر کرده حاصل را با ۳که در سمت چپ آن است (یعنی در واقع با ۳۰) جمع می‌کنیم

---

۱ ــ این قسمت در نسخهٔ خطی «المقنع» ناقص ونامفهوم است وآن را ازروی قرائن تصحیح و تکمیل کرده‌ایم .

۲ ــ این‌بار مقادیر نسبی ارقامی‌که یافته‌ایم عبارتند از $a=۱۰$ و $b=۵$ وداریم

$$۴۷۵ = ۳a^۲ + (۳a+b)\,b = ۳a^۲ + ۳ab^۲ + b^۲$$

۳ ــ $۴۷۵ \times ۵ = ۲۳۷۵ = [۳a^۲ + (۳a+b)\,b]\,b = ۳a^۲b + ۳ab^۲ + b^۳$

می‌شود ۴۰ . این عدد را در ۵ سطر اعلا ضرب می‌کنیم وحاصل یعنی۲۰۰ را به ۴۷۵که در سطر اوسط است می‌افزاییم می‌شود ۶۷۵ وایـن حاصل[1] را در سطر اوسط یك رقم به سمت راست انتقال می‌دهیم .

سپس ۵ بالا را در ۴۰ که در سطر اسفل بدست‌آمده بود می‌افزاییم می‌شود ۴۵[2] وآن را در سطر اسفل دو رقم به‌سمت راست انتقال مـی‌دهیم شکل زیر بدست می‌آید :

سطراعلا	۱ ۵	$a=۱۰$ و $b=۵$
سطرمال	۲۷۷۲۹۶	(باقیماندهٔ جدید)
سطر اوسط	۶۷۵	$۳(a+b)^۲$
سطراسفل	۴۵	$۳(a+b)$

(شکل ۴)

مرحلهٔ پنجم ــ اینك[3] آخرین رقم کعب(رقم یکان کعب) را، مطابق با قاعده‌ای که در مرحلهٔ سوم گفتیم ، جستجو می‌کنیم‌رقم ۴ حاصل میشود.

رقم ۴ را در سطر اسفل در سمت راست ۴۵ وهمچنین در سطراعلا به محاذات رقم ۶ (از عدد مفروض) می‌نویسیم[4] و۴ را در عدد سطراسفل

---

۱ ــ با در نظرگرفتن اینکه $a=۱۰$ و $b=۵$ داریم :

$$۶۷۵ = ۴۷۵+۲۰۰ = ۳a^۲+۳ab+b^۲+(۳a+۲b)\,b$$
$$= ۳a^۲+۶ab+۳b^۲ = ۳(a+b)^۲$$

۲ ــ $۴۵ = ۳(a+b)$

۳ ــ درمراحل اول تا چهارم در واقع از عدد ۳۶۵۲ کعب گـرفتیم، عدد ۱۵ حاصل شد وباقیمانده این کعب ۲۷۷ به دست‌آمد وضمناً مقدمهٔ کاربرای استخراج کعب از عدد مفروض فراهم‌آمد . در این مرحله هدف تعیین رقم یکان کعب عدد مفروض ودر مرحلهٔ بعدی هدف تعیین باقیماندهٔ کعب است .

۴ ــ اگر مقادیر نسبی ارقامی از کعب را که یافته‌ایم $c=۴, b=۵۰, a=۱۰۰$ بنامیم داریم : $۴۵۴ = ۳(a+b)+c$.

و همچنین در خودش ضرب و حاصل‌ها را (با درنظرگرفتن مراتب) جمع می‌کنیم میشود ۱۸۱۶ = ۴ × ۴۵۴ و این مجموع را بر عدد ۶۷۵۰۰ که در سطر اوسط است می‌افزاییم می‌شود ۶۹۳۱۶ و این عدد را در سطر میانه ثبت می‌کنیم[۱] . سپس ۶۹۳۱۶ را در ۴ ضرب‌کرده حاصل یعنی ۲۷۷۲۶۴ را[۲] از ۲۷۷۲۹۶ کم می‌کنیم‌می‌شود ۳۲ واین ۳۲ را در سطر مال به جای ۲۷۷۲۹۶ می‌نویسیم شکل زیر حاصل می‌شود :

$a=۱۰۰, b=۵۰, c=۴$	۱ ۵ ۴	سطر اعلا
باقیماندهٔ جدید	۳۲	سطر مال
$۳(a+b)^۲+۳(a+b)c+c^۲$	۶۹۳۱۶	سطر اوسط
$۳(a+b)+c$	۴۵۴	سطر اسفل

(شکل ۵)

مرحلهٔ ششم ــ تعیین باقیماندهٔ کعب ــ تا اینجا کعب عدد مفروض به دست آمد : نسوی برای تعیین‌باقیماندهٔ کعب می‌گوید : رقم ۴ (ازسمت راست) عدد سطر اسفل را در جای خود دو برابر می‌کنیم می‌شود ۴۵۸ و این عدد را در رقم۴ از سطر اعلا ضرب می‌کنیم می‌شود۱۸۳۲ واین‌حاصل را با عددی‌که در سطر اوسط نوشته شده جمع مــی‌کنیم می‌شود ۷۱۱۴۸ یك واحد براین عددمی‌افزاییم و آن را در سطراوسط ثبت می‌کنیم[۲] . شکل زیر حاصل می‌شود :

۱ــ باقراردادهای فوق داریم : $۶۹۳۱۶=۳(a+b)^۲+۳(a+b)c+c^۲$

۲ ــ بادرنظرگرفتن اینکه $a=۱۰۰$, $b=۵۰$, $c=۴$ داریم:

$۷۱۱۴۹=۳(a+b+c)^۲$

$a=۱۰۰, b=۵۰, c=۴$	۱ ۵ ۴	سطر اعلا
باقیمانده	۳۲	سطر مال
$۳(a+b+c)^۲+۱$	۷۱۱۴۹	سطر اوسط
$۳(a+b)+۲c$	۴۵۸	سطر اسفل

(شکل ۶)

در اینجا نسوی می‌گوید عددی که (درشکل۶) درسطر اعلا نوشته شده کعب (تقریبی) مطلوب است. و ۳۲ اجزائی است از سطر اوسط . مقصود این است که باید کسر $\frac{۳۲}{۷۱۱۴۹}$ را به‌کعب تقریبی افزود تا کعب دقیقتر شود. در واقع نسوی کسری را که باید به‌کعب حاصل افزود

$\frac{۳۲}{۷۱۱۴۹}=\frac{r}{۳(a+b+c)^۲+۱}$ محسوب داشته است که در آن

$a=۱۰۰, b=۵۰, c=۴, r=۳۲$ یعنی از دستور زیر استفاده کرده است:

$$\sqrt[۳]{N}=\sqrt[۳]{A^۳+r}=A+\frac{r}{۳A^۲+۱}$$

در اینجا کار نسوی نقصی دارد و آن این است که وی مخرج کسر اضافی‌را $۳(a+b+c)^۲+۱$ گرفته است وحال آنکه تفاضل بین کعبهای دو مقدار $(\alpha+۱)^۳, \alpha^۳$ مساوی با $۳\alpha^۲+۳\alpha+۱$ است و باید مخرج کسر مذکور را $۳(a+b+c)^۲+۳(a+b+c)+۱$ گرفته باشد .

در واقع نسوی باید چنین گفته باشد : سطر اسفل شکل ۵ راکه ۴۵۴ است $[۳(a+b)+c]$ با دوبرابر رقم ۴ که در سطر اعلای همان شکل نوشته شده یعنی $۸=۲\times۴$ جمع می‌کنیم می‌شود ۴۶۲ $[۳(a+b+c)]$ و این را در سطر چهارم شکل ۶ می‌نویسیم به‌این صورت :

$a=100, b=50, c=4$	۱ ۵ ۴	سطر اعلا
باقیمانده	۳۲	سطر مال
$3(a+b+c)^2+1$	۷۱۱۴۹	سطر اوسط
$3(a+b+c)$	۴۶۲	سطر اسفل

(شکل ۷)

اکنون ۳۲ را صورت و مجموع سطرهای سوم و چهارم شکل۷ را مخرج قرار میدهیم تا کسر اضافی بدست آید :

$$\frac{32}{71149+462}=\frac{32}{17611}=\frac{r}{3\alpha^2+3\alpha+1}$$

تبصره ـ کوشیار گیلی* نیز در کتاب «عیون‌الاصول فی‌الحساب» = «کتاب‌فی‌اصول حساب‌الهند» از عدد ۲۹۸۶۱۰۰ کعب گرفته و او هم مانند نسوی کسر اضافی را

$$\frac{116}{62209}=\frac{r}{3(a+b+c)^2+1}$$

محسوب داشته است[1] که در آن $r=116, a+b+c=144$

همچنین محمدبن‌ایوب‌طبری* در کتاب «شمارنامه» از عدد ۱۲۸۱۳۰۱۶ کعب گرفته و او هم کسر اضافی را

$$\frac{112}{161477}=\frac{r}{3(a+b+c)^2+1}$$

به‌حساب آورده است[2] که در آن $r=112$ و $a+b+c=234$

---

۱ ـ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۱۹۳ ـ لوی وپتروك ، ص۲۸ .

۲ ـ شمارنامه ص۳۶ تا ۴۰ ـ برای آنکه مراجعه‌کنندگان به‌کتاب «شمارنامه» به‌اشتباه نیفتند ناچار باید متذکر شوم که در صفحات مذکور از «شمارنامهٔ» چاپی همه اعداد جابجا شده و مغلوط است و احتیاج به‌تصحیح اساسی دارد .

اما کاشانی* در کتاب «مفتاح الحساب» آنجا که از استخراج ریشهٔ nام گفتگو می‌کند آگاهانه به‌این مطلب توجه دارد و کسری را که باید به‌ریشهٔ nام افزود مساوی با $\frac{r}{(T+1)^n-T^n}$ می‌گیرد که‌در آن T ریشهٔ nام و r و باقیمانده است ومخرج کسر فوق یعنی $(T+1)^n-T^n$ را مخرج اصطلاحی می‌نامد[1]، و کسر مذکور را کسر اصطلاحی می‌خواند[2].

۴۶ ــ امتحان صحت اعمال به وسیلهٔ عدد نه

امتحان صحت اعمال اصلی و استخراج جذر و غیره به وسیلهٔ عدد ۹ از زمان خوارزمی* به‌بعد تقریباً درهمهٔ کتابهای حساب دورهٔ اسلامی تشریح شده است. حساب هندی که به وسیلهٔ کتاب حساب خوارزمی* در کشورهای اسلامی رواج یافت، چنانکه قبلاً گفتیم[3]، به‌وسیلهٔ تخت وتراب انجام‌می‌شد و درضمن اعمال ارقامی را محو و ارقام دیگری را به‌جای آنها اثبات می‌کردند. یعنی نتیجهٔ اعمال جزئی ازبین می‌رفت و درآخر کارفقط حاصل کلی عمل باقی ماند. بنابراین برای اطمینان از صحت عمل، بدون از سر گرفتن آن، احتیاج به قاعده‌ای داشتند که در آن فقط معلومات مسأله (مثلا مضروب ومضروب‌فیه در عمل ضرب) وحاصل کلی عمل مورد استفاده باشد وامتحان به وسیلهٔ عدد نه برای این کار مناسب بود.

علاوه برعدد ۹ اعداد دیگری را نیزبرای امتحان صحت اعمال‌به‌کار می‌برده‌اند. مثلاً الحصار* درقرن ششم هجری عدد۷ وابن‌البناء* در کتاب «تلخیص» هم عدد ۸ وهم عدد ۹ و ابن‌سینا* ودیگران عدد ۱۱ را نیزبرای

۱ ــ رجوع کنید به قربانی: کاشانی‌نامه: ، ص ۸۸ شماره ۱۴۷.
۲ ــ برای کسب اطلاع از فرمولهای دیگری که ریاضی دانان برای کسر اضافی به‌کار برده‌اند رجوع کنید به یوشکویچG: ۲۴۶ ــ لوی‌وپتروك، ص ۳۱
۳ ــ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۲۹ کتاب حاضر.

امتحان صحت اعمال به‌کار برده‌اند .

***

نسوی درباب سوم ازمقالهٔ اول «المقنع» کلمهٔ میزان را بــه دومعنی به‌کار برده و نوشته است[۱] : « میزان هر عمل عملی است که به آن درستی عمل از خطای آن شناخته می‌شود بدون آنکه احتیاج بــه تکرار آن عمل داشته باشیم». وسپس نوشته است[۲]: «میزان هــرعدد به‌ایــن قسم بــه‌دست می‌آیدکــه ارزش مطلق ارقــام آن را ، بــدون درنظرگرفتن ارزش نسبی آنها ، باهم جمع ونه نه طرح کنیم . آنچه باقی بماند میزان‌آن‌عدداست»

بنابراین نسوی یك‌بار کلمهٔ میزان را به‌معنی امتحان اعمال به وسیلهٔ عدد ۹ به‌کار برده و بار دیگر همان کلمه را به‌معنی باقیماندهٔ‌تقسیم هرعددبر ۹ دانسته است . با این تفاوت که در دفعهٔ‌اول اصطلاح میزان عمل ودردفعهٔ دوم اصطلاح میزان عدد رابه‌کار بسته است . ریاضی‌دانان دیگرگاهی‌نیز در امتحان درستی اعمال به وسیلهٔ عدد ۹ (یا اعداد دیگر) بــاقیماندهٔ تقسیم بر۹ را «شاهد» نامیده‌اند (شرحش‌خواهدآمد) .

بعضی از مؤلفان‌کتابهای حساب دورهٔ اسلامی فصلی جــداگــانه از کتاب خود را به‌میزان اعمال تخصیص داده‌اند . مثلا کوشیار گیلی* میزان اعمال را در باب دوازدهم ازکتاب « عیون‌الأصول‌فی‌الحساب» شرح داده[۳]

---

۱ ــ المقنع، ص۲ س ۲۹ : «فالمیزان لکل‌عمل هوعلم یعرف به صواب‌العمل من خطائه من‌غیراعادةالعمل» .

۲ ــ المقنع، ص۲س۳۰ :«میزان‌کل‌عدد او مراتب مفروضه هوان‌نجمع‌حروفها احادا من‌غیر ان‌نحفظ مراتبها فلما جاوزالتسعه نــلق منها تسعه حتی یبقی منها تسعه او مادونها فمابقی فهو میزان‌تلك‌المراتب» .

۳ ــ رجوع‌کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص ۱۹۴

ـ کاشانی° باب ششم از مقالهٔ اول «مفتاح الحساب» را به‌این‌موضوع تخصیص داده است[1]. اما نسوی میزان هرعمل را پس‌از باب مخصوص همان عمل در بابی جداگانه شرح داده است به‌این‌ترتیب :

باب	سوم	ازمقالهٔ اول	(المقنع، ص۲)	میزان عمل	جمع	اعداد صحیح
«	چهارم	«	(« « ۳)	« «	تضعیف	« «
«	ششم	«	(« « ۴)	« «	تفریق	« «
«	هفتم	«	(« « ۵)	« «	تنصیف	« «
«	نهم	«	(« « ۷)	« «	ضرب	« «
«	یازدهم	«	(« « ۸)	« «	تقسیم	« «
«	سیزدهم	«	(« « ۹)	« «	جذر	« «
«	پانزدهم	«	(« « ۱۱)	« «	کعب	« «

نسوی‌درهمهٔ این بابها بدون استثنا گفته است‌که اگرمیزان عمل‌درست بودآن عمل درست‌است و اگـر غلط بود عمل غلط است و به این مطلب مهم توجه نکرده است‌که ممکن است میزان عمل درست ولی خودآن عمل غلط باشد .

مثلا درباب نهم از مقالهٔ اول ، دربارهٔ امتحان عمل ضرب ، نوشته است[2]: «میزان مضروب ومضروب فیه را جداگانه می‌گیریم و آنها را درهم

۱ ــ رجوع کنید به‌مفتاح‌الحساب، ص۳۹

۲ ــ المقنع، ص۷س۵: «فی‌میزان الضرب وهو ان ناخذ میزان‌المضروب والمضروب فیه‌کل واحد منها علی‌حده. و نضرب بعضهما فی‌بعض و نحفظ‌الباقی‌بعد اسقاط تسعه ان‌جاوزها. ثم ناخذ میزان‌الحاصل من‌الضرب فان‌کان مساویا للمحفوظ فالضرب صواب فان خالفه فخطا ».

ضرب می‌کنیم وحاصل را نه‌نه طرح کرده‌باقی را نگاهمیداریم. سپس‌میزان حاصل ضرب راهم می‌گیریم اگر این میزان با عدد محفوظ مساوی بودعمل درست است واگر نبود عمل خطاست».

همچنین درباب پانزدهم از مقالهٔ اول، دربارهٔ امتحان‌عمل کعب‌نوشته است[1]: «میزان عددی راکه می‌خواهیم کعبش را استخراج کنیم می‌گیریم و آن را نگاهمیداریم. سپس میزان کعب را می‌گیریم وآن را در نفس خود ضرب می‌کنیم و باز در میزان ضرب می‌کنیم (یعنی میزان کعب را به‌قوهٔ سه می‌رسانیم) ومیزان حاصل‌را می‌گیریم و بامیزان باقیمانده جمع می‌کنیم اگر این عدد بامیزانی که‌نگاه داشته‌ایم مساوی بود عمل صحیح است واگر مساوی نبودعمل خطاست».

بعد از بیان این‌قاعده نسوی‌مثالی می‌آوردواین‌قاعده را به‌کارمی‌بندد وهنگامی که نتیجهٔ امتحان را صحیح می‌یابد می‌نویسد: «واین دلیل صحت عمل است[2]».

همین اشتباه درکتابهای حساب دیگـر مانندکتاب حساب خوارزمی° (اوایل قرن سوم هجری) وکتاب «الکافی فی‌الحساب» تألیف کرجی°(اوایل قرن پنجم هجری) وکتابهای حساب دیگر نیز دیده می‌شود[3].

مثلاً محمدبن‌ایوب طبری° (قرن پنجم هجری) درباب نهم ازکتاب «شمارنامه»دربارهٔ امتحان‌عمل ضرب، پس‌ازآنکه‌میزان‌مضروب ومضروب‌فیه

---

۱ ــ المقنع، ص۱۱س۹: « ناخذ میزانا لمال‌الذی نرید اخراج کعبه ونحفظه. وناخذمیزانا لکعب‌ونضربه‌فی نفسه‌ثم‌فی‌المیزان‌ونزید علیه میزانا لباقی.وان‌وافق‌المحفوظ فالعمل صواب و ان‌خالفه فخطا» .

۲ ــ المقنع، ص۱۱س۱۴: «فوافق‌المحفوظ فدل‌علی صحةالعمل ».

۳ ــ رجوع کنید به لوکی R، ص۲۶ .

را می‌یابد و آنها را در هم ضرب می‌کند و میزان عدد حاصل را مـی‌گیرد و عدد ۳ را به‌دست می‌آورد و آن را مساوی با میزان حاصل ضرب می‌یابد می‌نویسد[۱]: «سه بماند چنانك دراول، پس معلوم شدکه عمل ضرب صحیح است».

حتی در قرن سیزدهم میلادی فیبوناتچی[۲] که از بزرگترین ریاضی دانان‌قرون وسطی‌در دنیای‌مسیحی بوده‌در کتاب حساب خود (*Liber abaci*) در بارهٔ امتحان عمل ضرب درضمن یك مثال همین اشتباه را کرده و نوشته است[۳] « واگر باقیمانده هم مثل میزان مساوی با ۱ شود در هـرصورت عمل ضرب درست خواهد بود.»

اما کاشانی* (اوایل قرن نهم هجری) درباب ششم از مقالهٔ اول کتاب «مفتاح‌الحساب» به‌این نکته توجه‌کرده و باصراحت نوشته است[۴]: «اگـر حساب‌درست باشد میزان‌درست درمی‌آید وعکس این‌مطلب‌درست نیست».

ریاضی‌دان دیگری که ظاهراً از مردم مصر یا سوریه و موسوم به ـ تقی‌الدین‌بن عزالدین‌حنبلی* بوده وقبل‌ازسال ۱۰-۱۴۰۹/۸۱۲ می‌زیسته درکتاب «حاوی‌اللباب من علم‌الحساب» توجه خواننده را به‌این مـوضوع جلب‌کرده ونـوشته است[۵]: «اصحاب علم‌حساب در تألیفات خـود فصلی را به‌آزمایش درستی اعمال که آن را میزان یا امتحان مـی‌نامند تخصیص

۱ ــ رجوع کنید به شمارنامه ، ص۲۰

۲ــ برای آگاهی یافتن ازاحوال و آثارش رجوع کنید به سارتنI، ج۲ص۶۱۱ به‌بعد ــ اسمیثH ، ج ۱ص۲۱۴ .

۳ ــ لوکیR ص ۲۷ .

۴ ــ رجوع کنید به قربانی:کاشانی‌نامه، ص ۹۷ .

۵ ــ کارادووA، ص ۳۴ و ۳۵ .

می‌دهند و برای امتحان کردن درستی اعمال سه عدد ۷و۸و۹ و گاهی نیز عدد ۱۱ را به کار برند و می‌توان هرعدد دیگری را نیز به کار برد. درعمل جمع دو جملهٔ جمع را به یکی ازعددهای مذکور تقسیم و دوباقیمانده را با هم جمع می کنند. این مجموع «شاهد» نامیده می‌شود. سپس مجموع را نیز به‌همان عدد تقسیم‌می کنند. باقیماندهٔ این‌تقسیم باید مساوی با شاهدباشد...»

سپس مؤلف می‌افزاید:

«اما بدان‌که آنچه حسابگران گفته‌اندکه این تساوی دلیل برصحت عمل است درست نیست و فقط شرطی برای‌صحت عمل است و این است‌مثال آن: اگرازکسی بپرسیم که حاصل ضرب ۱۸ در ۲۷ چیست و جواب دهد ۶۳۰ یا ۶۲۱ در هر دوحال امتحان درست درمی‌آید زیرا شاهد صفر است وبنابراین باید هر دو جواب درست باشد و این نشدنی است.»

برای کسب اطلاع بیشتر دربارهٔ تاریخچهٔ امتحان اعمال بـه وسیلهٔ۹ و اعداد دیگر درکشورهای اروپائی مثلارجوع کنید به کتاب تاریخ‌ریاضیات اسمیث[۱].

ج ـ بررسی مقالهٔ دوم المقنع

مقالـهٔ دوم کتاب «المقنع» مخصوص بحث درکسرهـای متعارفـی کوچکتر از واحد است که عدد صحیح همراه نداشته باشند[۲].

۴۷ ـ چگونگی نوشتن کسر ـ درباب اول ازین مقالهٔ نسوی دربارهٔ

۱ ـ اسمیث H، ج ۲ص۱۵۱ تا ۱۵۴ .

۲ ـ اعدادکسری، یعنی کسرهائی که عدد صحیح همراه دارند، در مقالـهٔ سوم «المقنع» مورد بحث قرارگرفته است .

چگونگی نوشتن کسر به‌روش هندی‌می‌گوید[1]: «برای نوشتن کسری که عدد صحیح همراه‌نداشته باشد، به‌روش هندی، ابتدا یك‌صفر به‌جای عدد صحیح می‌گذاریم وزیرصفر « اجزا » وزیر آن مخرج‌را می‌نویسیم. ومخرج‌دراعمال هندی اصل نامیده می‌شود. در واقع مخرج اصل است برای اجزائی‌که در فوق آنست .»

مثلا کسر یك دوم به‌صورت $\begin{array}{c}۰\\۱\\۲\end{array}$ ویك سوم به‌شکل $\begin{array}{c}۰\\۱\\۳\end{array}$ ویك‌یازدهم

به‌شکل $\begin{array}{c}۰\\۱\\۱۱\end{array}$ نوشته می‌شود .

ملاحظه می‌شود که نسوی‌اصطلاح اجزا راکه جمع‌جزو است به‌معنی صورت کسر به‌کاربرده‌است. محمدبن‌ایوب طبری[*] نیز در «شمارنامه» همین اصطلاح رابه‌کار برده ونوشته است[2] : وهـر عددکمتر راکه به‌عدد بیشتر نسبت‌کنیم او را جزو خوانیم».

نسوی‌کسر را در سه سطرزیر هم نوشته وسطر فوقانی را سطرالعدد المطلق و سطر وسط را سطرالاجزاء وسطر پایین را سطرالاصل نامیده واین روش نوشتن‌کسر را روش‌هندی‌خوانده است . به‌این ترتیب روش نوشتن

---

۱ ــ المقنع، ص۱۱س ۱۸ به‌بعد: «اذا اردنا‌ان‌نضع‌کسورا من غیر عددصحیح بالهندی نضع اولا صفراً فی‌موضع العدد الصحیح ونضع تحت‌الصفر اجـزاء من‌ذلك المخرج الذی نرید ونضع تحت الاجزا المخرج و یسمی المخرج فی‌الاعمال‌الهندیه الاصل وهو بالحقیقة یکون اصلا للاجزاء التی‌فوقه .

۲ ــ شمارنامه ، ص ۴۸ .

عددی که کسر همراه داشته باشد نیز معلوم است. مثلا عدد $۳\frac{۱}{۴}$ (سه عـدد صحیح و یك چهارم) به این شکل نوشته می‌شود :

۳	سطر عدد مطلق
۱	سطر اجزا
۴	سطر اصل

۴۸- مخرج مشترك - درباب دوم مقالهٔ دوم که مـوضوع آن افزودن کسرها بریکدیگر است[۱] باز نسوی همانگونه که درباب دوم از مقالهٔ اول‌در مورد عددهای صحیح بیان کرده‌بود عمل‌افزودن را به دونوع جمع وتضعیف (= دوبرابر کردن) تقسیم کرده وبرای گرفتن‌مخرج‌مشترك‌بین‌دو کسرمخرجها را درهم ضرب‌کرده وازکوچکترین مخرج مشترك سخنی بـه میان نیاورده است[۲] .

مثلا برای جمع کردن دو کسر $\frac{۱}{۶}$ و $\frac{۱}{۴}$ مخـرج مشترك آنـهـا را $۲۴ = ۶ \times ۴$ گرفته‌وتوجهی به‌اینکه می‌توان ۱۲ را مخرج‌مشترك‌گرفت‌نکرده است. حتی در باب سوم از همین مقاله برای کم کردن کسر $\frac{۱}{۶}$ از کسر $\frac{۲}{۳}$ باز مخرج مشترك را $۱۸ = ۶ \times ۳$ گرفته و توجه نکرده است که می‌توان ۶ را مخرج مشترك دانست .

برای جمع کردن دو کسر ، پس از تعیین مخرج‌مشترك، می‌گویدصورت کسر اول را درمخرج کسر دوم ومـخرج کسر اول را در صورت کسر دوم ضرب و حاصلها را با هم جمع می کنیم .

۱ ــ المقنع، ص۱۱س۲۷: « الباب‌الثانی فی‌زیادة الکسور بعضها علی‌بعض»

۲ــ المقنع، ص۱۱س۳۱: «ونضرب‌اصل‌الکسرالاول‌فی‌جزءالکسرالثانی‌واصل الکسر الثانی فی‌جزء الکسر الاول ونضرب اصل احدهما فی‌اصل الاخر لیکون الاجزا کلها من‌اصل‌الواحد.»

در اینجا نسوی اصطلاح فنی خاصی به‌کاربرده و آن این است که عمل ضرب کردن صورت کسر اول درمخرج کسردوم ومخرج کسر اول‌درصورت کسر دوم را ضرب‌التأریج نامیده[1] وخاطرنشان کرده است که در قسمتهای بعدی کتاب هرجا از ضرب تأریج گفتگو شود مقصود همین عمل خواهد بود. ظاهراً علت اینکه نسوی‌برای این ضرب اصطلاح خاصی به‌کار برده این است‌که در همهٔ اعمال مربوط به‌کسرها ، چنانکه خواهیم دید ، برای گرفتن مخرج مشترك مخرجها را درهم ضرب کرده و برای سهولت بیان هرجا مخرج مشترك (ونه‌کوچکترین مخرج مشترك) گرفته گفته است که ضرب تأریج را عمل می‌کنیم .

کاشانی* در باب پنجم از مقالهٔ دوم «مفتاح‌الحساب» همین اصطلاح «ضرب‌تأریج»را به‌وجه کلی‌برای گرفتن کوچکترین مخرج مشترك به‌کاربرده ونوشته است[2] : « باب پنجم دریکی کردن مخرجها واین عمل‌ضرب‌التاریج نامیده می‌شود وعبارت است از یافتن عددی‌که هریك ازمخرجها را بشمارد (= عدکند).»

پاول‌لوکی این اصطلاح را از روی نسخهٔ خطی «مفتاح‌الحساب» که در اختیار داشته «ضرب‌التاریخ» خوانده[3] وآن را به‌آلمانی به‌صورت :

Multi plikation des Aufnotierens

ترجمه‌کرده است. گمان می‌کنم که صورت صحیح این اصطلاح همان

۱ ــ المقنع، ص۱۲س۱: « ویسمی هذا الضرب والعمل ضرب‌التأریج ».

۲ ــ مفتاح‌الحساب، ص۴۶: «الباب‌الخامس فی توحید المخارج و یقال لهذا العمل ضرب‌التاریج و هو طلب اقل‌عدد یصح منه الکسور المفروضه ای یعده کل واحد من‌المخارج المفروضه » .

۳ ــ لوکی R ، ص ۳۳ .

«ضرب‌التأریج» باشد. تأریج یعنی درست کردن‌آواره (= اوارج = اوارجه) و اواره لغت فارسی است که اکنون مستعمل نیست و آن درقدیم دفتری‌بود مخصوص حسابهای پراکندهٔ دیوانی که درآن میزان بدهی هریك ازمؤدیان مالیات و اقساطی راکه آنان بابت بدهی خود می‌پرداختند ثبت مـی‌شد. و وجه تسمیهٔ این ضرب به«ضرب‌تأریج» ظاهراً با روشی که در آن‌دفترها به‌کار می‌رفته بستگی داشته است[1].

۴۹ ــ ساده کردن‌کسر ــ اگرچه سوی در موقع‌گرفتن مخرج مشترك به‌کوچکترین مخرج مشترك اشاره نکرده است، اما برای کوچك‌کردن کسر و تحویل ناپذیر کردن‌آن قاعده‌ای ذکر کرده است‌که درست همان قاعده‌ای است‌که امروزه‌معمول است. مثلاً درمورد کسر $\frac{۲۴}{۶۰}$ می‌گوید[2]:«اگر بخواهیم کوچکترین اعدادی را بیابیم که دارای همین نسبت (یعنی $\frac{۲۴}{۶۰}$) بـــاشند بزرگترین عـددی را جستجو مـی‌کنیم‌کـه صورت و مخرج را بشمارد[3] (=عدکند) وهریك ازآنها را بـر آن تقسیم می‌کنیم و عدد کـوچکتر را

۱ ــ ونیز می‌توان احتمال داد (اگرچه این احتمال ضعیف است) که صورت درست این اصطلاح «ضرب‌التأزیج» باشد. ازج به‌فتح اول و دوم به‌معنی نوعی‌طاق بلند است که آن را به زبان فرانسوی «*Voûte en berceau*» می‌گویند. و تـأزیج به معنی ساختن این نوع‌طاق است. با توجه به‌اینکه نسوی مخرج را اصل (= پایه) نامیده ممکن است عمل مخرج مشترك‌گرفتن بین‌دوکسر راکه به‌قول نسوی لازمـهٔ آن ضرب‌کردن مخرج هرکسر درصورت دیگری است به منزلهٔ طاق زدن روی دوپایهٔ‌آنها دانست.

۲ ــ المقنع، ص۱۲س۲۵ : «واذا اردنا ان یکون اقـل‌الاعداد علـی‌نسبتهما فنطلب اکثر عدد یعدهما ونقسم‌کل واحدٍ منهما علیه فماخرج ننسب اقلهمامن‌اکثرهما»

۳ ــ یعنی در واقع بزرگترین شمارندهٔ (مقسوم علیه) مشترك صورت و مخـرج را می‌گیریم.

به بزرگتر نسبت می‌دهیم». در اینجا بزرگترین شمارندهٔ ۲۴ و ۶۰ عدد ۱۲ است[۱] چون صورت ومخرج را بر آن تقسیم کنیم حاصل $\frac{۲}{۵}$ می‌شود و ۲ و ۵ کوچکترین اعدادی هستند که نسبتشان مساوی بانسبت ۲۴ و ۶۰ است

نسوی در بابهای بعدی کتاب «المقنع» هرجا به کسری می‌رسد که تحویل پذیر است آن را ساده می‌کند و از این‌حیث کتاب «المقنع» از کتاب «شمارنامه» تالیف محمدبن‌ایوب‌طبری° پیشرفته‌تر است. زیرا طبری در کتاب «شمارنامه» که بعدازکتاب «المقنع» نوشته شده برای ساده کردن کسرها قانونی ذکر نمی‌کند و دربیشتر مواضع آن کتاب کسرهای تحویل پذیر به حال خود واگذاشته شده‌اند. مثلا درباب دوم از فصل‌دوم آن‌کتاب طبری مجموع $\frac{۱}{۴}$ و $\frac{۱}{۶}$ مساوی‌با $\frac{۱۰}{۲۴}$ به‌دست آورده و آن را ساده نکرده است[۲]. همچنین درباب هفتم از فصل دوم[۳] خارج قسمت تقسیم $\frac{۱}{۶}$ بر $\frac{۱}{۸}$ را مساوی با $۱\frac{۲}{۶}$ به دست آورده و کسر $\frac{۲}{۶}$ را ساده نکرده است.

کاشانی° در «مفتاح‌الحساب»می‌گوید که نسبت بین صورت ومخرج هر کسر بین اعداد بیشمار یافته می‌شود وبهتر است که در مورد به‌کار بردن کسرها کوچکترین اعداد صحیح ممکن را صورت و مخرج کسر اختیار

---

۱ ــ نسوی این بزرگترین شمارندهٔ مشترك را مطابق با قانون تقسیمات متوالی (الگوریتم اقلیدس) به دست آورده است که امروزه آن را چنین می‌نویسیم:

	۲	۲
۶۰	۲۴	۱۲
۱۲	۰	

۲ ــ شمارنامه، ص ۵۱

۳ ــ شمارنامه، ص ۵۷

کرد. وی استعمال کسر را به شکل ساده نشده قبیح می‌شمارد[1] .

۵۰ – جمع وتفریق وتضعیف و تنصیف :

چنانکه گفتیم نسوی در مورد کسرها نیز عمل افزودن را به دو نوع جمع و تضعیف وعمل کاستن را به دو نوع تفریق و تنصیف تجزیه کرده و در بابهای دوم و سوم مقالهٔ دوم[2] برای هریك مثالی آورده است .

۵۱ – ضرب وتقسیم – نسوی برای ضرب کسرها عینا همان قاعده‌ای را ذکر می کند که امروزه به کار می بریم ومی گوید برای ضرب کردن دو کسر دریکدیگر باید صورت را درصورت و مخرج را در مخرج ضرب کرد[3] . درمورد تقسیم کسرها نیز قاعده‌ای بیان می کند که در واقع همان قاعدهٔ کنونی است الاآنکه درك دلیلش برای مبتدی آسانتر است. می گوید[4] «صورت هر کسر را در مخرج دیگری ضرب می کنیم. اگر پس از این عمل مقسوم از مقسوم‌علیه بزرگتر شد اولی‌را بردومی تقسیم‌می کنیم‌واگر کوچکتر شد مقسوم را به مقسوم علیه نسبت می‌دهیم .»

---

۱ – مفتاح‌الحساب، ص۴۱: «اعلم ان کل نسبة بین الکسر (= صورت کسر) و مخرجه یوجد فی‌اعداد غیر متناهیه والمختار منها فی‌الاستعمال اقل عددین صحیحین علی تلك النسبه و ایراد ماسواهما قبیح .

۲ – المقنع، ص۱۲ و۱۳ .

۳ – المقنع، ص۱۳ س۱۶ به‌بعد: «الباب الرابع فی‌ضرب الکسور بعضها فی بعض. العمل فیه ان نضرب الجزء فی‌الجزء والاصل فی‌الاصل».

۴ – المقنع، ص۱۳ س۲۷ به‌بعد: «الباب الخامس فی‌قسمة‌الکسور بعضها علی بعض. العمل فیه ان نضرب جزء کل عدد منهما فی‌الاصل الاخر و نقسم المقسوم علی المقسوم علیه ان کان اکثر و ننسب منه ان کان اقل منه ».

مثال :

$$\frac{۱}{۸}:\frac{۱}{۴}=\frac{۱\times۴}{۸\times۴}:\frac{۱\times۸}{۴\times۸}=\frac{۴}{۸}=\frac{۱}{۲}$$

محمدبن ایوب‌طبری* در کتاب «شمارنامه» عینا همین دستور را برای تقسیم کسر بر کسر نوشته چنانکه گوئی آنچه طبری نوشته ترجمه فارسی نوشتهٔ نسوی است . طبری نوشته است[۱]: « وعملش چنانست که بنهیم جزو و مخرج هریك‌را، وضرب کنیم جزو هریك رادرمخرج آن دیگر. پس‌مال‌را برمقسوم علیه ببخشیم و اگرمال کمتر از مقسوم علیه باشد ازو نسبت کنیم».

در موردتقسیم کسرها نسوی‌خاطرنشان می‌کند[۲] که همانگونه که‌مقصود از تقسیم کردن عدد صحیح برعدد صحیح یافتن نصیب واحداست، درتقسیم کسربر کسر نیز مقصود یافتن نصیب یك واحد صحیح است. به‌این‌معنی که اگرمثلاً نصیب یك‌چهارم یك هشتم باشد پس نصیب یك واحدنصف است واگر نصیب یك هشتم یك چهارم باشد نصیب یك واحد دو است .

محمدبن‌ایوب‌طبری* در کتاب «شمارنامه»عین همین مطلب را نوشته است[۳]: «غرض قسمت عددی‌برعددی‌آن است که بدانند به‌هرعددی ازاعداد مقسوم علیه از مال چند رسد... وکسور نیز همچنین باشد. چون کسری را بر کسری ببخشیم معنی آن خواهیم که از جمله‌آن کسر، یك عدد صحیح را

---

۱ ـ شمارنامه، ص۵۶ .

۲ ـ المقنع، ص۱۳س۲۴ به‌بعد: « وقدقلنا فی‌المقالةالاولی فی‌الباب‌العاشر منها فی‌حدالقسمه هی‌اخراج نصیب‌الواحد وفی‌قسمة الکسور علی‌الکسور یکون‌الغرض منها ایضا نصیب‌الواحدالصحیح واذاکان‌للربع ثمن فیکون للواحد نصفا و اذاکان‌للثمن ربع یکون للواحد اثنان وعلی‌هذا القیاس ».

۳ ـ شمارنامه، ص۵۵و۵۶ (درآنجا غلط چاپی هست که تصحیح شد).

از آن کسور چند رسد . چنانکه ربعی را بر سدسی بخشیم یك ونیم حاصل شود ومعنی این آنست که چون سدسی را ربعی رسد، شش سدس را کـه یکی صحیح باشد شش ربع رسد».

۵۲ ـ جذر وکعب ـ بابهای ششم وهفتم مقالهٔ دوم «المقنع » دربـارهٔ استخراج جذروکعب ازکسرها است[۱]. نسوی برای‌جذر فقطیك مثال ساده آورده ($\frac{۱}{۴}$)که مربع کامل است و برای‌کعب نیز یـك مثال ساده آورده ($\frac{۱}{۸}$)که آنهم مکعب‌کامل است. پیداست که چون هنوز دراین‌مقاله‌راجع به‌کسرهای شصتگانی‌سخنی‌به‌میان‌نیاورده،مخصوصاً به عنوان مثال‌کسرهائی را انتخاب‌کرده‌که مربع‌کامل ویا مکعب‌کامل باشند و جـذر وکعب آنها باقی نیاورد تا مجبور نشود که ازکسر باقیمانده‌گفتگـوکند . البته، چنانکه خواهیم دید درمقالهٔ چهارم این‌کار راکامل‌کرده است .

جالب توجه است‌که با بهای هشتم و نهم از فصل دوم‌کتاب « شمار نامه[۲]» که بعد از «المقنع» نوشته شده عیناً مانند بابهای مـذکـور ازکتاب «المقنع» است وحتی مثالهایی‌که درآنها آمده است باهم فرق ندارند واز این رو تأثیرکتاب «المقنع» درآثار ریاضی‌دانان دیگربخوبی هویداست.

د ـ بررسی مقالهٔ سوم المقنع

۵۳ ـ مقالهٔ سوم «المقنع»مخصوص‌بحث دربارهٔ اعمال جمع وتفریق ضرب وتقسیم و استخراج جذر وکعب از عددهای کسری (=عـددهـای صحیح‌که‌کسر همراه دارند) است[۲] ومطلب قابل ذکر نـدارند جـز اینکه

۱ ـ المقنع، ص۱۳س۲۷ به بعد .

۲ ـ المقنع، ص۱۴ تا ۱۷ .

نسوی گاهی عدد صحیح را عددمطلق نامیده است. مثلا در مورد جمع دو عدد کسری می‌گوید[۱]: ابتدا عمل ضرب تأریج را به‌کارمی‌بریم (یعنی مخرج مشترك می‌گیریم) وبعد عدد مطلق را به عدد مطلق می‌افزائیم وسپس صورتها را با هم جمع می‌کنیم .

نسوی در این مقاله هم مانند مقالات اول و دوم برای عمل افزودن دو نوع(جمع و تضعیف) تشخیص داده وعمل کاستن رابه‌دو نوع تفریق و تنصیف تجزیه کرده است[۲] .

در مورد ضرب و تقسیم دوعدد کسری نسوی آنها را تجنیس می‌کند وهمان قاعده‌ای که امروزه معمول است به‌کار می‌برد[۳] و برحسب آنکه مضروب و مضروب فیه ویامقسوم و مقسوم علیه عدد صحیح ویا کسر ویا عدد کسری باشد حالات مختلف تمیز میدهد .

برای استخراج جذر و کعب از عددهای کسری ابتدا آنها را تجنیس می‌کند وسپس ازصورت ومخرج جذر یا کعب می‌گیرد. ودر این مقاله هم چنانکه‌درشمارهٔ ۵۲ گفتیم‌مثالهارا طوری انتخاب کرده است که پس‌ازتجنیس مربع کامل ویا مکعب کامل باشند تا مجبور نشود از کسرهای شصتگانی فعلاً سخنی به‌میان‌آورد .

مثال [۴]

$$\sqrt{۳۰\frac{۱}{۴}}=\sqrt{\frac{۱۲۱}{۴}}=\frac{۱۱}{۲}$$

$$\sqrt[۳]{۳\frac{۳}{۸}}=\sqrt[۳]{\frac{۲۷}{۸}}=\frac{۳}{۲}$$

۱ ــ المقنع، ص۷ به‌بعد .

۲ ــ المقنع، ص۱۴

۳ ــ المقنع ، ص۱۵ س۴ به‌بعد

۴ ـ المقنع، ص۱۷ س۵ به‌بعد

هـ ـ ترجمه فارسی مقالهٔ چهارم المقنع

۵۴ ـ توضیح ـ چون مقالهٔ چهارم ازکتاب المقنع مربوط به محاسبه در دستگاه شمار شصتگانی[1] (ستینی) است ، کــه در کتابهای حساب‌کنونی معمولا ذکری ازآن بمیان نمی‌آید، مصمم شدم که‌این مقاله ازکتاب مذکور را عیناً به فارسی برگردانم وهرجا توضیح یا تفسیری لازم باشد آن را در ذیل صفحات بیان‌کنم . بار دیگر خاطر نشان می‌کنم‌که نسخهٔ خطی منحصر به‌فردی‌که ازکتاب «المقنع» در دست است بسیار بدخط است و در مــواضع مختلف افتادگی داردوبسیاری ازکلمات آن خوانده نمی‌شود[2]. با این‌حال کوشیده‌ام‌که ترجمهٔ فارسی‌آن بدون عیب ونقص باشد. متن‌عربی این مقاله را در صفحات ۱۷ تا ۲۳ نسخهٔ عکسی‌کتاب «المقنع» که درپایان‌همین بخش ازکتاب حاضر به‌چاپ رسیده است خواهید یافت. برای آنکه خوانندگان بتوانند ترجمه را بــا اصل عــربی تطبیق‌کنند پیش از ترجمهٔ نخستین‌کلمه از نخستین سطر هر صفحه از متن عربی شمارهٔ آن صفحه ازمتن رابین دو پرانتز قرار داده‌ام. اگر در ضمن ترجمه،کلمات یا جمله‌هایی اضافی برای روشن‌شدن مطلب لازم بوده است آنها رابین دوکروشه جاداده‌ام . شماره‌هائی که درآغاز مطالب بین دوکروشه نوشته‌ام برای ارجاع است .

***

(ص۱۷) مقالهٔ چهارم از کتاب المقنع در بکار بردن درجه‌ها و دقیقه‌ها ومشتمل برچند باب است.

[۵۵] ـ باب‌اول در چگونگی نوشتن درجه‌ها و دقیقه‌ها و مــراتب

---

۱ ـ دربارهٔ اصطلاح « شصتگانی » رجوع‌کنید به قربانی : کاشانی‌نامه، ص ۱۰۹ یاد داشت ذیل صفحه .

۲ ـ و بنابر این ترجمه تقریباً ترجمه ای است آزاد .

بعدی آنها[۱].

اعمالی که درباب‌های این مقاله شرح داده میشود مثل همان‌اعمالی‌است که در مقالات دوم وسوم از این‌کتاب [= المقنع] آمده است، یعنی‌اعمالی که دربارهٔ کسرها وعددهای کسری انجام می‌شود. جز اینکه کسرهایی که در آن دومقاله از آنها گفتگو کردیم مخرجهاشان مختلف و متعدد بود[۲]. اما کسرهایی که در این مقاله به‌کار می‌آید همه ازیك مخرج بیرون می‌آیند و آن شصت است. زیرا منجمان فلك را که دوازده برج است به سیصد و شصت جزء تقسیم کرده‌اند[۳]. [یعنی] هربرج ازآن را به‌سی‌درجه و هردرجه ازآن را به‌شصت دقیقه وهر دقیقه ازآن را به‌شصت قسمت کرده‌اند که هر قسمت‌آن ثانیه نامیده می‌شود وبه‌همین روش‌تا هرجا بخواهیم. مانندثالثه‌ها و رابعه‌ها و خامسه‌ها تا عاشره‌ها و بعد ازآن.

هر درجه[۴] شصت دقیقه و هر دقیقه شصت ثانیه وهرثانیه شصت ثالثه است تا آخر وانتها ندارد. وهرگاه بخواهیم درجه‌ها و دقیقه‌ها و ثانیه‌ها و مراتب بعدی آنها را ثبت‌کنیم اول درجه‌ها را در مرتبهٔ بالا می‌نویسیم به‌قسمی که یکان آنها در جای خود و دهگان آنها در جای خود قرار

۱ ــ برای‌کسب‌اطلاع بیشتردربارهٔ چگونگی نوشتن اعداد دردستگاه‌شصتگانی رجوع‌کنید به قربانی: کاشانی‌نامه، صفحات ۱۱۲ تا ۱۱۶ .

۲ ــ مقصود کسرهای متعارفی است‌که مخرجشان هرعددی می‌تواند باشد ولی درکسرهای شصتگانی مخرجها منحصراً عدد ۶۰ یا یکی از قوای عدد شصت است .

۳ ــ دربارهٔ علت این تقسیم رجوع کنید به قربانی: کاشانی نامه، ص۱۷۷.

۴ ــ قدما مرتبهٔ‌آحاد شمار شصتگانی را مرتبهٔ درجات می‌نامیدند. رجوع‌کنیدبه قربانی: کاشانی‌نامه ، ص۱۱۲ و ۱۱۳ .

گیرد[1] . دقیقه‌ها را در زیر درجه‌ها می‌نویسیم و ثانیه‌ها را در زیر دقیقه‌ها ثبت می‌کنیم، تا هرجا بخواهیم. و اگر در مرتبه‌ای از مراتب چیزی [=عددی] وجود نداشت در جای‌آن دوصفر می‌گذاریم تا مراتب محفوظ بمانند و به‌این نحو مرتبهٔ‌اول‌شامل درجه‌ها ومرتبهٔ دوم شامل دقیقه‌ها ومرتبهٔ سوم شامل ثانیه‌ها و مرتبهٔ چهارم شامل ثالثه‌ها است وقس علی‌هذا .

مثال ـ پانزده درجه‌وچهل وسه دقیقه وسی ثانیه را چنین می‌نویسم[2]:

۱۵	[درجه]
۴۳	[دقیقه]
۳۰	[ثانیه]

بنابراین ۲۴ درجه و ۱۵ دقیقه و۵۸ ثالثه چنین نوشته میشود:

۲۴	[درجه]
۱۵	[دقیقه]
۰۰	[ثانیه]
۵۸	[ثالثه]

(ص۱۸) و اگر کسرهایی باشند که درجه [=عدد صحیح] همراه

---

۱ ـ در دستگاه شمار شصتگانی معمولا هر مرتبه با دو رقم (یکان و دهگان) نوشته می‌شود زیرا مثلاً مرتبهٔ دقیقه‌ها از ۱ تا ۵۹ شمرده می‌شود .

۲ ـ این عدد در دستگاه شمار دهگانی به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$۱۵ + \frac{۴۳}{۶۰} + \frac{۳۰}{(۶۰)^{۲}}$$

و می‌توان آن‌را برحسب قرار داد به‌صورت زیر نیز نوشت :

۱۵ ; ۴۳ و ۳۰

رجوع کنید به قربانی، کاشانی‌نامه ، ص۱۱۵ س۱۷۸

نداشته باشند به‌جای درجه‌ها دوصفر قرار می‌دهیم و کسرها را به‌جای خود می‌نویسیم: مثلاً ۱۹ دقیقه و ۵۰ ثالثه را چنین می‌نویسیم:

۰۰	[درجه]
۱۹	[دقیقه]
۰۰	[ثانیه]
۵۰	[ثالثه]

و به‌همین روش کسرهای دیگر را می‌نویسیم. و حساب واعمال‌زیجها مبنی‌برهمین [گونه به‌کاربردن عددهای صحیح و کسرها] است. واما‌اصحاب تنجیم‌هرگاه بخواهند یك‌عدد صحیح‌ویك سوم را بنویسند چنین مینویسند[1].

۰۱
۲۰
۶۰

یعنی یك واحد و بیست شصتم . واما اصحاب معاملات [= محاسبان معمولی] چنین ثبت‌میکنند .

۱
۱
۳

---

۱ ــ مقصود تبدیل کسر متعارفی ازدستگاه شمار اعشاری به دستگاه شصتگانی است :

$$۱\frac{۱}{۳} = ۱\frac{۲۰}{۶۰} = ۱\ ;\ ۲۰$$ (یك‌درجه و بیست دقیقه)

زیرا ۳ کوچکترین عددی است که یك‌سوم از آن‌درست بیرون‌می‌آید[۱] امامنجمان ۶۰ را زیر ۲۰ نمی‌نویسند. زیراآنان به‌اتفاق ۶۰ را مخرج کسرها می‌گیرند. بنابراین آنان یك عدد صحیح و یك‌چهارم را چنین‌می‌نویسند[۲]:

۰۱	[درجه]
۱۵	[دقیقه]

و سیزده عدد صحیح ویك‌پنجم را چنین ثبت می‌کنند[۳].

۱۳	[درجه]
۱۲	[دقیقه]

سیزده را درجای عددهای صحیح می‌نویسند وزیر آن دوازده را قرار می‌دهند. یعنی دوازده شصتم و این یك پنجم است.

[۵۶] ــ باب‌دوم[۴] در افزودن [اعداد مرکب از] درجه‌ها و دقیقه‌ها بریکدیگر. و این نیزبردوقسم است[۵]. یکی آنکه درجه‌ها ودقیقه‌ها وثانیه‌ها و [مراتب] مابعد آنها رابخواهیم به‌درجه‌ها ودقیقه‌هاوثانیه‌ها بیفزاییم‌تامبلغ حاصل‌از مجموع آنهامعلوم شود واین عمل‌را جمع نامند. ویکی‌دیگر آنکه [عددی مرکب از] درجه‌ها ودقیقه‌ها وثانیه‌ها [وغیره] داشته‌باشیم وبخواهیم

---

۱ ــ مقصود این‌است کــه‌مثلاً کسرهای $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۲}{۶}$ و $\frac{۳}{۹}$ و...و $\frac{K}{۳K}$ همه‌مساوی با $\frac{۱}{۳}$ هستند ولی ۲ ازهمهٔ مخرجهای دیگر کوچکتر است.

۲ ــ (یك درجه و ۱۵ دقیقه) $۱;۱۵ = ۱\frac{۱۵}{۶۰} = ۱\frac{۱}{۴}$

۳ــ (۱۳ درجه و ۱۲ دقیقه) $۱۳;۱۲ = ۱۳\frac{۱۲}{۶۰} = ۱۳\frac{۱}{۵}$

۴ــ المقنع، ص ۱۸ س ۹

۵ــ چنانکه‌قبلاً گفتیم در همهٔ بابهای‌کتاب «المقنع» که مربوط به‌عمل افزودن است نسوی عمل افزودن را به‌دو نوع «جمع» و «تضعیف» تجزیه کرده است.

آن را یك بار یا دوبار یا هرچند بار که بخواهیم مضاعف کنیم و این عمل را تضعیف می‌نامند .

برای انجام دادن عمل جمع مراتب عدد مزاد علیه[۱] را می‌نویسیم و در پهلوی آن مراتب عدد مزاد را ثبت می‌کنیم . به قسمی که هر جنس [= مرتبه] به‌محاذات نظیر خود قرار گیرد . یعنی درجه‌ها در مقابل درجه‌ها و دقیقه‌ها در مقابل دقیقه‌ها وهمهٔ مراتب هرچه باشند درمقابل نظایرخودشان واقع گردند . واز مرتبهٔ اول و بزرگترین مرتبه شروع مـی کنیم و اعـداد هر مرتبه را با نظیر خود جمع می‌کنیم . وهرگاه مجموع هر مرتبه‌بیش از شصت شد زیـادتـی آنـرا در مکان خـود می‌نـویسیم و در عـوض آن شصت، یك واحد به مرتبهٔ بالاتر از آن می‌افزائیم . زیرا هر شصت واحد از یك مرتبه مساوی با یك واحد ازمرتبهٔ فوق آن است . وهر واحد کـه در مرتبه‌ای از مراتب واقع باشد شصت برابر واحـد زیر آن است . مثلا هردرجه شصت دقیقه وهر دقیقه شصت ثانیه است ، و همچنین تا بی‌نهایت، و نیز هرشصت ثانیه یك دقیقه وهرشصت دقیقه یك درجه است.

مثـال ـ می‌خواهیم ۷ درجه و ۳۳ دقیقه و۴۷ ثانیه را به۱۲ درجه و ۱۵ دقیقه و۳۳ ثانیه بیفزاییم . آنها را چنین می‌نویسیم[۲]:

[مزادعلیه]	[مزاد]	
۱۲	۰۷	[درجه]
۱۵	۳۳	[دقیقه]
۳۳	۴۷	[ثانیه]

۱ ـ نسوی یکی از دوعامل جمع را «مزادعلیه» و دیگر را «مزاد» نامیده‌است (رجوع کنید به‌شمارهٔ ۳۵ کتاب حاضر) .

۲ ـ توجه داشته باشیدکه این اعمال با تخت وتراب انجام مـی‌شده یعنی در ضمن عمل ارقامی محو و ارقام دیگری به‌جای آنها نوشته می‌شده‌است .

و ۷ را با ۱۲ جمع می کنیم می‌شود ۱۷ درجه و۱۵ را با ۳۳ جمع می کنیم می‌شود ۴۸ دقیقه[1]. سپس ۳۳ را با ۴۷ جمع می کنیم‌مـی‌شود ۸۰. به‌ازای ۶۰ واحدازآن‌یك واحدبه‌مجموع‌دقیقه‌ها [یعنی۴۸] می‌افزائیم میشود ۴۹ دقیقه و ۲۰ واحد بقیه را درمکان ثانیه‌ها می‌نویسیم حاصل می‌شود[2] .

۱۹	[درجه]
۴۹	[دقیقه]
۲۰	[ثانیه]

و این ۱۹ درجه و ۴۹ دقیقه و ۲۰ ثانیه است .

[۵۷] ـ اما عمل قسم دوم، یعنی تضعیف، این است که از نخستین و بزرگترین‌مرتبهٔ عدد شروع و آن را درجای‌خود دوبرابر می کنیم[3] وهمچنین همهٔ مراتب دیگر از درجه‌ها و دقیقه‌ها وآنچه در زیر آنها است در جـای خود دوبرابر می‌کنیم. وهرگاه مرتبه‌ای از شصت بیشتر شد زیادتـی آن را در مکان خود می‌نویسیم و درازای آن شصت، یك واحد به مرتبهٔ بالای‌آن می‌افزاییم .

مثال ـ می‌خواهیم ۱۳ درجه و۴۵ دقیقه و۱۹ ثانیه را دوبرابر کنیم.

---

۱ ـ در اینجا نسوی ابتدا دهگان را بـاهم جمع کـرده (۱۰ + ۳۰) و بعد آن رابا حاصل ۳ + ۵ (مجموع یکان) جمع کرده است.

۲ ـ در اینجا باز نسوی ابتدا مجموع ۳۰ + ۴۰ را یافته وآن را به‌۱۰ + ۶۰ تجزیه کرده و ۱۰ را در مکان ثانیه‌ها نوشته و بازای ۶۰ یك واحد به‌دقیقه‌ها افزوده و سپس ۷ + ۳ را یافته وآنها را با ۱۰ مذکور جمع کرده و حاصل راکه ۲۰ است به جای ۱۰ نوشته است.

۳ ـ از اینکه می‌گوید در جای خود دو برابر می کنیم مقصود محاسبهٔ باتخت و تراب است که باید عدد را محو کرد و به‌جای‌آن دو برابرآن رانوشت.

(ص۱۹) آن را چنین می‌نویسیم :

۱۳	[درجه]
۴۵	[دقیقه]
۱۹	[ثانیه]

سپس ۱۳ درجه را دو برابر می‌کنیم می‌شود ۲۶ درجه[1] و۴۵ دقیقه‌را دوبرابر می‌کنیم می‌شود ۹۰ دقیقه [چون از ۶۰ بیشتراست] یك واحد به‌۲۶ درجه می‌افزاییم و۳۰ بقیه را در مکان دقیقه‌ها می‌نویسیم. سپس ۱۹ ثانیه‌را دو برابر می‌کنیم می‌شود ۳۸ ثانیه و حاصل می‌شود:

۲۷	[درجه]
۳۰	[دقیقه]
۳۸	[ثانیه]

و این ۲۷ درجه و۳۰ دقیقه و ۳۸ ثانیه است .

[۵۸] ـ باب‌سوم[2] در کاستن درجه‌ها ودقیقه‌ها ازیکدیگرواین نیزبردو نوع است[3] . یکی اینکه مراتبی از درجات و دقیقه‌ها و مراتب بعدی آنها داشته باشیم وبخواهیم ازآن ، مراتب کمتری از درجات ودقیقه‌ها و مراتب بعدی آنها راکم کنیم تا باقیمانده معلوم شود و این عمل را تفریق می‌نامند. دیگر اینکه مراتبی از این اجناس داشته باشیم و بخواهیم آن را یك یاچند بار نصف کنیم و این عمل تنصیف نامیده می‌شود .

---

۱ ــ در اینجا نسوی ابتدا ۱۰ را دو برابر کرده و حاصل یعنی ۲۰ رابه‌دو برابر ۳ یعنی ۶ افزوده است.

۲ ــ المقنع، ص ۱۹ س ۷

۳ ــ همچنانکه قبلاً گفتیم نسوی در همهٔ بابهای مربوط به‌عمل کاستن این عمل را به‌دونوع «تفریق» و«تنصیف» تقسیم کرده است.

برای انجام دادن عمل اول [= تفریق] مراتب هرجنس از منقــوص و منقوص منه[۱] را در مقابل نظیر خود از درجات و دقیقه‌ها ومــراتب بعدی می‌نویسیم ومراتب منقوص را از مراتب‌نظیر خود درمنقوص‌منه کم‌می کنیم. واگر [مرتبه‌ای از] منقوص‌منه کوچکتر از مرتبهٔ نظیر خود در منقوص بود یك واحد از مرتبهٔ بالاتر منقوص‌منه کم می کنیم واین شصت واحد [ازمرتبهٔ مورد بحث] است. آنچه را می‌خواهیم از آن کم‌می کنیم وهرچه از شصت باقیماند آن را به مرتبهٔ نظیر خود از منقوص منه می‌افزاییم.

مثال ــ می‌خواهیم عدد ۷ درجه و ۱۸ دقیقه و۵۸ ثانیه را ازعدد ۲۸ درجه و۱۲ دقیقه و۴۵ ثانیه‌کم‌کنیم . آنها را چنین می‌نویسیم[۲] .

[منقوص‌منه]	[منقوص]	
۲۸	۰۷	[درجه]
۱۲	۱۸	[دقیقه]
۴۵	۵۸	[ثانیه]

۷ درجه را از ۲۸ درجه می کاهیم می‌شود ۲۱ درجه. چون ۱۸دقیقه را نمی‌توان از۱۲ دقیقه‌کم‌کرد، یك واحد از ۲۱ درجه کم‌می کنیم‌وبه‌جای آن صفرمی‌نویسیم[۳]. این‌واحد ۶۰ دقیقه است. ۱۸ دقیقه را از آن‌کم‌میکنیم می‌شود ۴۲ دقیقه. آن را به‌۱۲ دقیقه می‌افزاییم می‌شود ۵۴ دقیقه[۴] وچون۵۸

۱ ــ نسوی مانند کوشیارگیلی و دیگران «مفروق» را « منقوص» و «مفروق‌منه» را «منقوص منه» نوشته است.

۲ ــ در اینجا نیز توجه داشته باشیدکه اعمال به‌وسیلهٔ تخت و تــراب انــجام می‌شده است.

۳ ــ یعنی در واقع به‌جای ۲۱ می‌نویسیم ۲۰.

۴ ــ نسوی به‌جای آنکه ۶۰ را با ۱۲ جمع‌کند تا ۷۲ به‌دست‌آید و ۱۸ را ازآن‌کم‌کند تا ۵۴ حاصل شود، ابتدا ۱۸ را از ۶۰کم می‌کند و سپس تفاضل یعنی ۴۲ را به‌۱۲ می‌افزاید .

ثانیه را نیز نمی‌توان از ۴۵ ثانیه کم کرد یك واحد از ۵۴ دقیقه قبلی می‌کاهیم وبه‌جای آن ۵۳ می‌نویسیم .این واحد ۶۰ ثانیه است. ۵۸ را از آن کم می‌کنیم می‌شود ۲ و این ۲ را به ۴۵ ثانیه از منقوص منه می‌افزاییم می‌شود ۴۷ ثانیه و حاصل می‌شود :

۲۰	[درجه]
۵۳	[دقیقه]
۴۷	[ثانیه]

[۵۹] ـ اما برای انجام دادن عمل نوع دوم یعنی تنصیف، از مرتبهٔ آخر و کوچکترین مرتبه[۱] شروع می‌کنیم . و اگر زوج بود آن را درجای خود نصف می‌کنیم و اگر فرد بود یك واحد از آن می‌کاهیم تا باقی زوج شود و باقی را نصف می‌کنیم وزیر آن عدد ۳۰ را مـی‌نویسیم[۲] و عمل را ادامه می‌دهیم . و اگر یکی از مراتب وسط فرد بود یکی از آن کم می‌کنیم تا زوج شود و در عوض ۳۰ واحد به مرتبهٔ زیر آن می‌افزاییم .

مثال ــ می‌خواهیم مراتب زیر[۳] را نصف کنیم :

۱۲	[درجه]
۱۵	[دقیقه]
۴۸	[ثانیه]

۱ــ برعکس اعمال جمع و تضعیف و تفریق که از بالا و بزرگترین مرتبه شروع می‌شد . در مقالهٔ اول نیز در مورد اعداد صحیح جمع وتضعیف وتفریق ازچپ به راست و عمل تنصیف از راست بهچپ شروع می‌شد . (رجوع کنید به‌شمارهٔ ۳۸ کتاب حاضر) .

۲ ــ این ۳۰ نصف ۶۰ و ازیك مرتبه پایین‌تر است . یعنی اگر آخرین مرتبهٔ عدد مفروض مثلاً ثانیه باشد این ۳۰ از مرتبهٔ ثالثه خواهد بود.

۳ــ مقصود عددی است که در دستگاه شمار شصتگانی نوشته شده است .

ازپایین شروع می‌کنیم و۴۸ ثانیه را نصف می‌کنیم‌می‌شود۲۴ثانیه[1]. چون ۱۵ دقیقه‌فرد است، یك واحد از آن کم می‌کنیم می‌شود ۱۴ ودرعوض [آن یك که کم کردیم] ۳۰ واحد به‌۲۴ ثانیه می‌افزاییم می‌شود ۵۴ ثانیه (ص۲۰). اینك ۱۴ دقیقه را نصف می‌کنیم می‌شود۷ دقیقه و این ۷ دقیقه را به‌جای ۱۵ دقیقه می‌نویسیم . سپس ۱۲ درجه را نصف می‌کنیم. حاصل زیر به دست می‌آید :

۰۶	[درجه]
۰۷	[دقیقه]
۵۴	[ثانیه]

[۶۰] ــ باب‌چهارم[2] در ضرب درجه‌ها و دقیقه‌ها در یکدیگر[3] و «حاصل‌ضرب[4]».ــ عمل ضرب عددهای صحیح را درمقالهٔ اول این‌کتاب [= المقنع] دیدیم وهمچنین عمل‌ضرب کسرها وعددهای کسری‌را درمقالات بعدی دانستیم ، عمل‌ضرب درجه‌ها و دقیقه‌ها ومراتب بعدی‌آنها همانگونه که در اول این مقاله گفتیم شبیه‌آنها است .

و اگر بخواهیم درجه‌ها و دقیقه‌هارا در نفس خود یا در غیر از آن ضرب‌کنیم، مضروب و مضروب فیه را همانگونه‌که در اول این مقاله گفتیم

۱ ــ در اینجا بازنسوی ابتدا یکان عدد ۴۸ یعنی ۸ را نصف‌کرده وبعد دهگان آن یعنی ۴ را.باید توجه داشت‌که این محاسبه به وسیلهٔ تخت و تراب انجام می‌گرفته و مرتباً ارقامی محو و ارقام دیگری به‌جای آنها ثبت می‌شده است .

۲ ــ المقنع، ص ۲۰ س ۳ .

۳ ــ مقصود ضرب کردن اعدادی‌است‌که دردستگاه شمارشصتگانی نوشته‌شده‌اند ونه درجه‌ها در دقیقه‌ها وغیره .

۴ ــ مقصود از این «حاصل‌ضرب» را بعداً خواهیم‌دید .

می‌نویسیم و بین آنها خطی [قائم] رسم می‌کنیم. سپس هریك ازمضروب و مضروب‌فیه را به‌جنس کسر اخیر آنها تبدیل می‌کنیم[1]. به‌این‌نحو که ابتدا از مضروب شروع می‌کنیم ودرجه‌های آن‌را در ۶۰ ضرب می‌کنیم تا ازجنس دقیقه شود و دقیقه‌ها را بر آن مـی‌افزاییم . سپس حـاصل را در ۶۰ ضرب می‌کنیم تا از جنس ثانیه شود و ثانیه‌ها را بر وی می‌افزائیم و حاصل را در ۶۰ ضرب می‌کنیم تا ازجنس ثالثه شود وعمل را تا هر جا لازم باشد ادامه می‌دهیم[2]. همین عمل را در مورد مضروب فیه نیز انجام مـی‌دهیم . سپس دوعدد حاصل را همانگونه که دربارهٔ عددهای صحیح گفتیم در هـم ضرب می‌کنیم و حاصل ضرب را به‌۶۰ تقسیم می‌کنیم وبـاقیمانده راکـه از ۶۰ کوچکتر است نگاه‌میداریم و خارج قسمت را نیز بر ۶۰ تقسیم مـی‌کنیم و باقیمانده را نگاه‌میداریم و در بالای باقیماندهٔ اول مـی‌نویسیم . وهمین گونه عمل را ادامه می‌دهیم تا خارج قسمت از ۶۰ کوچکتر شود[3]. واگردر ضمن عمل باقیماندهٔ یکی از تقسیمها صفر شد در فوق آنچه نگاهداشته‌ایم

۱ ـ ملاحظه می‌شود که در اینجا نسوی برای ضرب‌کردن اعدادی‌که دردستگاه شمار شصتگانی نوشته شده‌اند ابتدا آنها را به دستگاه شمار دهگانی تحویل می‌کندو سپس عمل ضرب را در دستگاه دهگانی انجام می‌دهد و حاصل‌ضرب را ازنو به‌دستگاه شمارشصتگانی تحویل می‌نماید. یعنی نسوی عمل ضرب را دردستگاه شمارشصتگانی خالص انجام نمی‌دهد. اما کاشانی در «مفتاح‌الحساب» همهٔ اعمال ضرب و تقسیم‌وحتی استخراج ریشهٔ nام را در دستگاه شمار شصتگانی‌خالص‌انجام داده است (برای‌توضیح ایـن مطلب‌رجـوع‌کنید بـه قربانی: کاشانی نامه، ص۱۱۶ شمارهٔ ۱۸۰ بـه‌بعد).

۲ ـ یعنی در واقع مضروب را از دستگاه شمار شصتگـانی به دستگـاه شمار دهگانی تحویل می‌کنیم .

۳ ـ یعنی در واقع حاصل ضرب را از دستگاه شمار دهگانی به دستگاه شمار شصتگانی می‌بریم .

دو صفر قرار می‌دهیم تا مرتبهٔ آن محفوظ بماند .

مثال ـ می‌خواهیم عدد (۴ درجه و۱۵ دقیقه و۲۰ ثانیه) را در عدد (۶ درجه و ۲۰ دقیقه و ۱۳ ثانیه) ضرب کنیم . آنها را چنین می‌نویسم:

	[مضروب فیه]	[مضروب]
[درجه]	۰۶	۰۴
[دقیقه]	۲۰	۱۵
[ثانیه]	۱۳	۲۰

سپس هریك از مضروب و مضروب‌فیه را به‌جنس کسر اخیر آنها که در اینجا ثانیه است تبدیل می‌کنیم . به‌این صورت در می‌آید[1] :

۱۵۳۲۰

۲۲۸۱۳

سپس این دوعدد را درهم ضرب می کنیم حاصل‌می‌شود[2]:

۳۴۹۴۹۵۱۶۰

۱ـ مضروب را می‌توان چنین نوشت:

$$۴+\frac{۱۵}{۶۰}+\frac{۲۰}{(۶۰)^۲}=\frac{۴\times(۶۰)^۲+۱۵\times۶۰+۲۰}{(۶۰)^۲}$$

$$=\frac{۱۵۳۲۰}{(۶۰)^۲}=۱۵۳۲۰ \text{ ثانیه}$$

همچنین مضروب فیه را می‌توان چنین نوشت

$$۶+\frac{۲۰}{۶۰}+\frac{۱۳}{(۶۰)^۲}=\frac{\times(۶۰)^۲+۲۰\times۶۰+۱۳}{(۶۰)^۲}$$

$$=\frac{۲۲۸۱۳}{(۶۰)^۲}=۲۲۸۱۳ \qquad \text{ثانیه}$$

۲ـ این‌عدد درنسخهٔ خطی به غلط ۳۴۹۵۱۶۰ نوشته است (المقنع، ص۲۰ س ۲۰) .

اکنون این عدد را به ۶۰ تقسیم می کنیم ۲۰ باقی می‌ماند. باز خارج قسمت [یعنی ۵۸۲۴۹۱۹] را بر ۶۰ تقسیم می کنیم ۵۹ باقی می‌ماند. باز خارج قسمت جدید [یعنی ۹۷۰۸۱] را بر ۶۰ تقسیم‌می کنیم ۱ باقی می‌ماند. بازخارج قسمت‌تازه[یعنی۱۶۱۸] را بر ۶۰ تقسیم می کنیم۵۸ باقی‌می‌ماند. خارج قسمت اخیر ۲۶ است که از ۶۰ کوچکتر می‌باشد[1]. پس حاصل‌ضرب مطلوب عبارت است از[2] :

۲۶	[درجه]
۵۸	[دقیقه]
۰۱	[ثانیه]
۵۹	[ثالثه]
۲۰	[رابعه]

۱ ــ در اینجا ظاهراً نسخهٔ خطی افتادگی دارد. بقیهٔ مطلب را از روی قرائــن افزوده ام.

۲ ــ مقصود از تقسیمات متوالی بر ۶۰ این است که عدد ۳۴۹۴۹۵۱۶۰ راکه در دستگاه شمار دهگانی نوشته شده دردستگاه شمار شصتگانی بنویسیم. چون‌مضروب و مضروب فیه چنانکه‌گفتیم ازجنس ثانیه هستند حاصل ضرب ازجنس رابعه است‌زیرا:

$$\frac{۱۵۳۲۰}{(۶۰)^۲} \times \frac{۲۲۸۱۳}{(۶۰)^۲} = \frac{۳۴۹۴۹۵۱۶۰}{(۶۰)^۴}$$

و با تقسیمات متوالی بر ۶۰ حاصل می‌شود:

$$\frac{۳۴۹۴۹۵۱۶۰}{(۶۰)^۴} = ۲۶ + \frac{۵۸}{(۶۰)} + \frac{۱}{(۶۰)^۲} + \frac{۵۹}{(۶۰)^۳} + \frac{۲۰}{(۶۰)^۴}$$

رابعه	ثالثه	ثانیه	دقیقه	درجه	
۲۰	۵۹	۱	۵۸	۲۶	=

[۶۱] ـ [جنس حاصل ضرب][1] ـ باید دانست که درجه درهر جنسی[2] که ضرب شود آن جنس را به‌حال خود می‌گذارد [= آن را تغییر نمی‌دهد] مثلاً اگر درجه در درجه ضرب شود حاصل درجه خواهد بود. واگر درجه در دقیقه ضرب شود حاصل از جنس دقیقه خواهد بود. و اگر درجه در ثانیه ضرب شود حاصل از جنس ثانیه خواهد شد وقس‌علی‌هذا.

اما دربارهٔ کسرها[3] لفظ دقیقه را به‌منزلهٔ عدد واحد فرض می کنیم و لفظ ثانیه را به‌منزلهٔ عدد دو می‌گیریم [ولفظ ثالثه را به منزلهٔ عدد سه می‌انگاریم] وبه‌همین قیاس[4].

برای [تعیین جنس] حاصل ضرب بایدمجموع اعداد لفظهای‌مضروب و مضروب‌فیه را باهم جمع کرد. مثلاً حاصل ضرب دقیقه دردقیقه ازجنس ثانیه است زیرا عدد لفظ دقیقه یك است وچون یك را با یك جمع کنیم دو می‌شود که عدد لفظ ثانیه است[5].

---

۱ ـ این عنوان در نسخهٔ خطی نیست و برای روشن شدن مطلب آن را به متن افزوده‌ام.

۲ ـ مقصود ازجنس دراینجا مراتب مختلف‌اعداد صحیح وکسرهای شصتگانی مانند دقیقه و ثانیه و ثالثه وغیره است.

۳ ـ مقصود دقیقه و ثانیه و ثالثه وغیره است.

۴ ـ مراداز‌این‌اعداد که‌نظیرهر لفظی‌ذکر کرده است‌قوای‌مختلف ۶۰در کسرهای شصتگانی است‌مثلاً ۱۱دقیقه‌یعنی $\frac{۱۱}{۶۰}$ و ۷ ثانیه یعنی $\frac{۷}{(۶۰)^۲}$ و ۱۳ ثالثه یعنی $\frac{۱۳}{(۶۰)^۳}$ پس عدد نظیر لفظ دقیقه ۱و عدد نظیر لفظ ثانیه ۲ و عدد نظیر لفظ ثالثه ۳ است.

۵ـ مثلاً (۵ دقیقه) × (۷ دقیقه) می‌شود $\frac{۵}{۶۰}\times\frac{۷}{۶۰}$ یعنی $\frac{۳۵}{(۶۰)^۲}$ یعنی۳۵ ثانیه

به‌همین‌قیاس حاصل ضرب ثانیه درثالثه ازجنس‌خامسه است[۱] وحاصل ضرب سادسه در رابعه از جنس‌عاشره[۲] .

[۶۲] ـ باب‌پنجم[۳] درتقسیم درجه‌ها ودقیقه‌ها وغیر ازآنها از کسور [شصتگانی] بریکدیگر [وحاصل‌تقسیم]ـ برای تقسیم کردن درجه‌ها ودقیقه‌ها و غیره بر درجه‌ها و دقیقه‌ها ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را همچنانکه گفتیم [دردستگاه‌شمار دهگانی می‌نویسیم[۴] و]تقسیم می کنیم[۵].

مثال ـ می‌خواهیم ۱۵ درجه و۱۳ دقیقه را بـر۴ درجـه و ۲۰ دقیقه تقسیم کنیم .

آنها را چنین می‌نویسیم (ص۲۰) :

۰۴	۱۵	[درجه]
۲۰	۱۳	[دقیقه]

سپس هریك ازآنها را [به‌جنس کسر اخیرشان یعنی] به‌دقیقه‌ها تبدیل می کنیم‌تا حاصل شود:

۹۱۳	[دقیقه]
۲۶۰	[دقیقه]

۱ـ زیرا $\frac{a}{(۶۰)^{۲}} \times \frac{b}{(۶۰)^{۳}} = \frac{ab}{(۶۰)^{۵}}$

۲ـ زیرا $\frac{a}{(۶۰)^{۶}} \times \frac{b}{(۶۰)^{۴}} = \frac{ab}{(۶۰)^{۱۰}}$

۳ ـ المقنع، ص ۲۵ س ۲۹

۴ ـ یعنی مقسوم و مقسوم علیه را به‌جنس کسر اخیرشان تبدیل مـی‌کنیم تا در دستگاه دهگانی نوشته شوند .

۵ ـ در اینجا عبارت نسخهٔ خطی نارسا و ناقص است. اما قاعدهٔ تقسیم ازمثال و مطالب بعدی واضح می‌شود .

سپس ۹۱۳ را به ۲۶۰ تقسیم می‌کنیم. خـارج قسمت ۳ [درجه] و باقیمانده ۱۳۳ می‌شود[1]. ۱۳۳ را در ۶۰ ضرب می‌کنیم [تـا ازجنس دقیقه شود] و حاصل را برمقسوم علیه [یعنی ۲۶۰] تقسیم می‌کنیم . خارج قسمت ۳۰ [دقیقه] و باقیمانده ۱۸۰ می‌شود.

اگر ۱۸۰ را باز در ۶۰ ضرب کنیم [تا ازجنس ثانیه شود] و برمقسوم علیه تقسیم کنیم، خارج قسمت کاملتر و دقیقتر می‌شود و می‌توان عمل را تاهرجا لازم باشد ادامه داد. تا این حـد که حساب کرده‌ایم خـارج قسمت عبارت است از :

۳	[درجه]
۳۰	[دقیقه]

باقیمانده را گاهی منجمان صرف نظر می‌کنند و گاهـی نیز عمل را ادامه می‌دهند.

عادت منجم بر آن است که اگر باقیمانده از نصف مقسوم علیه بیشتر باشد آن را یك واحد محسوب می‌دارند و اگر باقیمانده از نصف مقسوم علیه کمتر باشد از آن صرف نظر می‌کنند. و اگر باقیمانده مساوی با نصف مقسوم علیه باشد هم می‌توان از آن صرف نظر کرد و هم می‌توان آن را [یك واحد] به حساب آورد[2].

---

۱ ــ چون ۹۱۳ و ۲۶۰ ازجنس دقیقه هستند داریم $\frac{۹۱۳}{۶۰}:\frac{۲۶۰}{۶۰} = ۳ + \frac{۱۳۳}{۲۶۰}$

و خارج قسمت یعنی ۳ از جنس درجه است.

۲ ــ این درست همان قاعده‌ای است که امروزه برای گرد کردن اعـداد اعشاری به کار می‌بریم . مثلاً اگر بخواهیم فقط دو رقم اعشاری ازعدد ۸/۴۲۷ را نگاهداریم چون رقم سوم اعشاری یعنی ۷ از ۵ بزرگتر است یك واحد به رقم بعدی یعنی ۲ اضافه می‌کنیم می‌شود ۸/۴۳ وغیره .

[۶۳] ـ [جنس‌خارج قسمت][1] ـ اما دربارهٔ حاصل تقسیم، بدانکه حاصل تقسیم هرجنس [= مرتبه] به همان جنس از جنس درجه است. مثلاً اگردرجه‌ها را بردرجه‌ها تقسیم‌کنیم حاصل از جنس درجه است. همچنین اگر دقیقه‌ها را بر دقیقه‌ها تقسیم کنیم یا ثانیه‌ها را برثانیه‌ها تقسیم‌کنیم [در هر دوحالت] حاصل از جنس درجه خواهد بود وقس علی‌هذا.

اما حاصل تقسیم عددی‌که مرتبه‌اش بالاتر باشد برعددی که مرتبه‌اش پایین‌تر است مرفوع[2] می‌باشد وعددش مساوی با تفاضل لفظ عدد بالاتر و عدد پایین‌تر است[3]. مثلاً حاحل تقسیم درجه ها بردقیقه‌ها یك بار مرفوع است که اگرآن را در ۶۰ ضرب کنیم ازجنس درجهٔبسیط می‌شود[4]. وحاصل تقسیم‌دقیقه‌ها برثالثه‌هادوبار مرفوع‌است[5]. وحاصل تقسیم دقیقه‌ها برر ابعه‌ها

---

۱ ـ این عنوان در نسخهٔ خطی نیست و برای روشن شدن مطلب آن را به متن افزوده‌ام.

۲ ـ قدما در دستگاه شصتگانی همانگونه‌که در جهت نزول هر درجه را ۶۰ دقیقه و هر دقیقه را ۶۰ ثانیه وغیره محسوب می‌داشتند، درجهت صعود نیزهر ۶۰درجه رایك واحد ازمرتبه بالاترمی‌گرفتند وآن را واحد « یك بارمرفوع » یا به طور خلاصه «مرفوع» می‌نامیدند وهر۶۰ واحد « یکبار مرفوع » را یك واحد از مرتبهٔ بالاتر قرار می‌دادند وآن را واحد مرتبهٔ «دوبار مرفوع» ومرتبهٔ بعد ازآن را «سه‌بارمرفوع» و مرتبهٔ بعدی را « چهاربار مرفوع» وغیره می‌نامیدند (ورجوع کنید به قربانی: کاشانی‌نامه، ص ۱۱۳ به‌بعد.)

۳ ـ این همان دستور $a^m:a^n=a^{m-n}$ درحالت $m>n$ و $a=۶۰$ است.

۴ ـ مثلاً خارج قسمت‌تقسیم a درجه را بر b دقیقه می‌توان نوشت:

$$a:\frac{b}{۶۰}=\frac{a\times(۶۰)}{b}$$

۵ ـ خارج قسمت تقسیم a دقیقه را بر b ثالثه می‌توان نوشت:

$$\frac{a}{۶۰}:\frac{b}{(۶۰)^۳}=\frac{a\times(۶۰)^۲}{b}$$

سه‌بار مرفوع است[۱] وقس‌علی‌هذا.

و اما حاصل‌تقسیم عددی که مرتبه‌اش پایین‌تر است، بر عددی که مرتبه‌اش بالاتر می‌باشد، کسری است که لفظ آن مساوی است با تفاضل بین لفظ‌عدد بالاتر و لفظ عدد پایین‌تر[۲]. مثلاً حاصل‌تقسیم‌دقیقه‌ها بر درجه‌ها از جنس دقیقه است[۳] و حاصل تقسیم ثانیه‌ها بردقیقه‌ها از جنس‌دقیقه است[۴]. وحاصل تقسیم خامسه‌ها بر ثانیه‌ها از جنس ثالثه است[۵]. و حاصل تقسیم عاشره‌ها بر سادسه‌ها از جنس رابعه است[۶] وقس علی‌هذا.

[۶۴] ـ باب ششم[۷] در جذر درجه‌ها و دقیقه‌ها و کسرهای بعدی آنها [وحاصل‌جذر][۸].

مراتب را به جنس‌کسر اخیر آنها تبدیل می‌کنیم و اگر لفظ کسر اخیر زوج بود مانند ثانیه و رابعه و سادسه وغیره جذر آن را می‌گیریم. و اگر

۱ـ $\frac{a}{۶۰}:\frac{b}{(۶۰)^۴}=\frac{a\times(۶۰)^۳}{b}$

۲ ـ این همان دستور $a^m:a^n=\frac{۱}{a^{n-m}}$ درحالت $m<n$ و $a=۶۰$ است.

۳ـ $\frac{a}{(۶۰)}:b=\frac{a}{b\times(۶۰)}$ (خارج قسمت تقسیم a دقیقه بر b درجه)

۴ـ $\frac{a}{(۶۰)^۲}:\frac{b}{(۶۰)}=\frac{a}{b\times(۶۰)}$ (خارج قسمت تقسیم a ثانیه بر b دقیقه)

۵ـ $\frac{a}{(۶۰)^۵}:\frac{b}{(۶۰)^۲}=\frac{a}{b\times(۶۰)^۳}$ (خارج قسمت تقسیم a خامسه بر b ثانیه)

۶ـ $\frac{a}{(۶۰)^{۱۰}}:\frac{b}{(۶۰)^۶}=\frac{a}{b\times(۶۰)^۴}$ (خارج‌قسمت تقسیم a عاشره بر b سادسه)

۷ ـ المقنع، ص۲۰ س۱۹.

۸ ـ مقصود از این حاصل جذر را بعداً خواهیم دید.

لفظ کسر اخیر فرد بود آن را در ۶۰ ضرب می‌کنیم تا به‌کسری تبدیل شود که لفظ آن زوج باشد. وجذر آنرا همانگونه‌که دربارهٔ عـددهای صحیح گفتیم می‌گیریم. زیرا کسرهائی که لفظ آنها فرد است جذر از آنهااستخراج نمی‌شود[1] .

مثال ــ می‌خواهیم جذر ۲۶ درجه و ۱۷ دقیقه را استخراج کنیم .

۲۶ [درجه]

۱۷ [دقیقه]

این عدد را به جنس دقیقه تبدیل‌می‌کنیم می‌شود[2] :

۱۵۷۷ دقیقه

و چـون لفظ دقیقه فـرد است و جـذر نـدارد آن را در ۶۰ ضرب می‌کنیم می‌شود :

۹۴۶۲۰ ثانیه

و جذر آن را می‌گیریم می‌شود ۳۰۷ ثانیه وایـن تقریباً مساوی است با ۵ درجه و۷ دقیقه واین جذر تقریبی است[3] .

---

۱ ــ توجه‌کنید که نسوی در اینجا برای جذرگرفتن ازعددی که در دستگاه‌شمار شصتگانی نوشته شده است ابتدا آن را به‌دستگاه شمار دهگانی می‌برد واز دستور زیر استفاده می‌کند :

$$\sqrt{a} = \frac{۱}{(۶۰)^{n}}\sqrt{a \times (۶۰)^{۲n}}$$

۲ ــ $۲۶ \times ۶۰ + ۱۷ = ۱۵۷۷$

۳ ــ یعنی در واقع

$$\sqrt{۲۶^\circ\ ۱۷'} = \frac{۱}{۶۰}\sqrt{۹۴۶۲۰''} = \frac{۱}{۶۰} \times ۳۰۷' = ۵^\circ\ ۷'$$

[۶۵] ـ [جنس‌حاصل جذر[۱]] ـ اما‌حاصل جذر درجه‌ها از جنس درجه است و حاصل جذر هر کسر از جنس کسری است که لفظ آن نصف لفظ آن کسر است. مثلاً جذر ثانیه‌ها از جنس دقیقه و جذر رابعه‌ها از جنس ثانیه و جذر سادسه‌ها از جنس ثالثه است و قس علی‌هذا .

[۶۶] ـ [استخراج جذر بوسیلهٔ‌صفرها[۲]] ـ و برای آنکه جذر دقیقتر به‌دست آید باید جذر را بــه وسیلهٔ صفرهــا استخراج کــرد . وعمل جــذر به وسیلهٔ صفرها این است که درسمت راست عددی که می‌خواهیم جذرش‌را استخراج کنیم[۳] یك عدهٔ زوج صفر قرار می‌دهیم و هرچه عدهٔ صفرها بیشتر باشد جذر دقیقتر خواهد بود. سپس جذر عدد حاصل‌را می‌گیریم (ص۲۲) و عدهٔ نصف صفرهایی که جلوی عدد مفروض گذاشته بودیم از ارقــام سمت راست این جذر صرف نظر می‌کنیم . بقیه [قسمت صحیح] جــذر مطلوب است. سپس ارقامی راکه از آنها صرف‌نظر کرده بودیم در ۶۰ ضرب‌میکنیم و از سمت راست حاصل به‌نصف عده صفرهای مذکور رقم‌کنار می‌گذاریم آنچه در سمت چپ باقی‌می‌ماند کسر [= دقیقه‌های] جذر خواهد بود . باز ارقامی که [دربار دوم] کنار گذاشته بودیم‌درشصت ضرب می کنیم وازطرف راست عدد حاصل به‌نصف عدهٔ صفرهای مذکور رقم‌کنار می‌گذاریم آنچه باقی می‌ماند کسرکسر [= ثانیه‌های] جذر خواهــد بــود و عمل را آنقدر

---

۱ و۲ــ این عنوان در نسخهٔ خطی نیست وبرای روشن شدن مطلب آن رابه‌متن افزوده ام .

۳ ــ توجه داشته باشید که این عدد باید در دستگاه شمار اعشاری نوشته شده باشد .

ادامه می‌دهیم تاهمهٔ ارقامی که بایدازسمت راست کنار بگذاریم صفر شود[1].

مثال ــ می‌خواهیم از ۱۷ درجه جذر بگیریم.

در سمت راست ۱۷ چهار صفر می‌گذاریم[2] می‌شود ۱۷۰۰۰۰ وجذر [تقریبی] آن را می‌گیریم می‌شود ۴۱۲ و۲۵۶ باقی می‌آید[3]. این باقیمانده را برای امتحان نگاه‌میداریم[4]. چون عدهٔ صفرهائی که جلوی ۱۷ گذاشتیم چهار بود از سمت راست جذر یعنی ۴۱۲ دو رقم کنار می‌گذاریم می‌ماند۴. و این قسمت صحیح جذر [عدد مفروض] است. سپس ۱۲ [یعنی دو رقمی که‌از سمت راست ۴۱۲ کنار گذاشته بودیم] را در ۶۰ضرب‌می‌کنیم می‌شود ۷۲۰. دورقم از سمت راست‌آن کنار می‌گذاریم می‌ماند ۷ و این‌دقیقه‌های جذر است. سپس ۲۰ [یعنی دورقمی که از سمت راست ۷۲۰ کنار گذاشته بودیم] را بار دیگر در ۶۰ ضرب می‌کنیم می‌شود ۱۲۰۰. دورقم از سمت

۱ ــ مطلبی که نسوی در اینجا ذکر کرده است از حیث تاریخ حساب بسیار مهم است و در واقع این موضوع نطفهٔ اولیهٔ اختراع کسرهای اعشاری است. چون شرح این موضوع را در کتاب «کاشانی نامه» به تفصیل نوشته‌ام در اینجا ازتکرارآن خودداری می‌کنم (رجوع کنید به قربانی: کاشانی نامه، ص ۲۲۵ به‌بعد) دراینجا نسوی ازدستور زیر استفاده کرده است:

$$\sqrt{a}=\frac{۱}{(۱۰)^n}\sqrt{a\times(۱۰)^{۲n}}$$

۲ ــ و نیز چنانکه در متن گفته شده است می‌توان ۶ یا ۸ یا ... صفرگذاشت. هر چه عدهٔ صفرها بیشتر باشد جذر دقیقتر به‌دست می‌آید.

۳ ــ در نسخهٔ خطی [المقنع، ص۲۲ س ۶] به‌جای ۲۵۶ به‌غلط ۲۲۵ نوشته شده است.

۴ ــ می‌توان محاسبات فوق را به طور خلاصه به‌این صورت نوشت:

$$\sqrt{۱۷^\circ}=\frac{۱}{۱۰۰}\sqrt{۱۷۰۰۰۰^\circ}\approx\frac{۱}{۱۰۰}\times۴۱۲^\circ=۴^\circ۷'۱۲''$$

راست آن کنار می‌گذاریم می‌ماند ۱۲ واین ثانیه‌های جـذر است. و جـذر مطلوب عبارت است از :

۰۴	[درجه]
۰۷	[دقیقه]
۱۲	[ثانیه]

و اگر عدهٔ صفرهای مذکور شش بود جذرتا ثالثه استخراج‌می‌شد[1] و اگر هشت بود جذر تا رابعه به‌دست می‌آمد.

[۶۷] – [امتحان جذر][2] وبرای این عمل میزانی [= امتحانی] است که‌آن رابرگرداندن جذر به‌اصل‌خود[3] می‌نامند وبرای امتحان کردن درستی جذر است. وعمل آن به‌این قسم است که‌جذری راکه استخراج کرده‌ایم در نفس‌خودضرب می‌کنیم[4] و سپس عدد باقیماندهٔ جذر را در ۶۰ ضرب‌کرده ازسمت راست آن به‌عدهٔ صفرهای‌مذکوررقم صرف‌نظرمی‌کنیم وباقیمانده‌را با عدهٔ دقیقه‌های جذر جمع می‌کنیم. بـاز رقمهای صرف نظر شده را در ۶۰ضرب‌کرده‌ازسمت راست آن‌به‌عدهٔ صفرهای مذکوررقم‌کنارمی‌گذاریم‌و باقیمانده را به‌عدهٔ ثانیه‌های جذر می‌افزاییم. باز رقمهای‌کنارگذاشته شده را در ۶۰ ضرب‌کرده از سمت راست حاصل‌به عدهٔ صفرهای مذکور رقم جدا

۱ـ اگر شش صفر در جلوی ۱۷ بگذاریم به‌طریق فوق حاصل می‌شود:

$$\sqrt{۱۷^\circ} = \frac{۱}{۱۰۰۰}\sqrt{۱۷۰۰۰۰۰۰^\circ} \approx \frac{۱}{۱۰۰۰} \times ۴۱۲۳^\circ = ۴^\circ\ ۷'\ ۲۲''\ ۴۸''$$

و البته این جذر دقیقتر است .

۲ ـ این عنوان در نسخهٔ خطی نیست و برای روشن شدن مطلب آن را افزوده‌ام

۳ ـ ردالجذرالی‌اصله [المقنع، ص۲۲س۱۲].

۴ ـ برای این‌کار مطابق با قاعده‌ای‌که نسوی گفته است باید اول جذر را در دستگاه‌شمار اعشاری‌نوشت و آن‌را مربع کردوبعد آن‌رادردستگاه‌شمارشصتگانی نوشت.

می‌کنیم و باقی را به عدهٔ ثالثه‌های جذرمی‌افزاییم و عمـل را آن‌قدر ادامـه می‌دهیم تا رقمهای سمت راست که باید کنار بگذاریم همه صفرشوند. [در این موقع باید] همهٔ کسرها[ی شصتگانی] صفر شوند [و عدد حاصل مساوی با عدد مفروض گردد] .

مثال ــ جذری راکه قبلاً گرفتیم[1] درنفس خودضرب می‌کنیم میشود[2]

۱۶	[درجه]
۵۸	[دقیقه]
۲۷	[ثانیه]
۵۰	[ثالثه]
۲۴	[رابعه]

سپس ارقامی‌راکه درموقع استخراج جذر برای امتحان‌کنار گذاشته بودیم [یعنی عدد ۲۵۶ راکه باقیماندهٔ جذر بـود] در ۶۰ ضرب مـی‌کنیم می‌شود ۱۵۳۶۰. چهار رقم‌از سمت راست‌آن‌کنار می‌گذاریـم می‌ماند ۱ . این یك رابه‌دقیقه‌های عدد فوق [یعنی به۵۸] می‌افزاییم می‌شود ۵۹ دقیقه . باز ارقامی راکه درعمل‌قبل‌کنار گذاشته بودیم [یعنی ۵۳۶۰ را] در۶۰ضرب می‌کنیم می‌شود۳۲۱۶۰۰. چهار رقم از سمت راست آن‌کنار می‌گذاریـم .

۱ ــ یعنی‌جذر عدد ۱۷ که در دستگاه شمار دهگانی‌مساوی بود با$\frac{۴۱۲}{۱۰۰}$ کـه چون آن را مربـع‌کنیم مـی‌شود$\frac{۱۶۹۷۴۴}{۱۰۰۰۰}$ واگراین عددرا دردستگاه‌شمار شصتگانی بنویسیم عددی‌که در متن نوشته شده به‌دست می‌آید .

۲ ــ در نسخهٔ خطی [المقنع، ص۲۲س۲۴] عدد ۲۴ رابعه از سطر آخر عدد مذکور حذف شده است .

می‌ماند ۳۲ . این ۳۲ را به عدهٔ ثانیه‌های عدد فوق [یعنی به ۲۷] می‌افزاییم می‌شود ۵۹ ثانیه . باز ارقامی‌را که درعمل قبل کنار گذاشته بودیم [یعنی ۱۶۰۰]را در ۶۰ ضرب می کنیم می‌شود ۹۶۰۰۰. چهار رقم از سمت راست آن کنار می گذاریم می‌ماند ۹. این ۹ را به‌عدهٔ ثالثه‌های عدد فوق [یعنی به ۵۰] می‌افزاییم می‌شود ۵۹. تا اینجاعدد زیر بدست آمده‌است:

۱۶	[درجه]
۵۹	[دقیقه]
۵۹	[ثانیه]
۵۹	[ثالثه]

باز ارقامی‌را که درعمل قبل کنار گذاشته بودیم [یعنی ۶۰۰۰ را] در ۶۰ ضرب می کنیم مـی‌شود ۳۶۰۰۰۰ . چهـار رقـم از سمت راست آن کنار می گذاریم می‌ماند ۳۶ [وبقیهٔ ارقام صفر هستند] .

حال اگـر این ۳۶ را به‌عدهٔ رابعه‌های عدد مذکور [یعنی بـه ۲۴] بیفزاییم ۶۰ رابعه می‌شود کـه مساوی بـا یك ثـالثه است و چـون یك ثالثه را به ۵۹ ثالثه بیفزاییم ۶۰ ثالثه یعنی یك ثانیه می‌شود و چون این یك ثانیه را به ۵۹ ثانیه بیفزاییم یك دقیقه می‌شود و چون این یك دقیقه را به ۵۹ دقیقه بیفزاییم یك درجه می‌شود وچون این یك درجه را به ۱۶ درجه بیفزاییم درست مساوی با ۱۷ می‌شود و این دلیل برصحت عمل است[۱] .

۱ ــ به طور خلاصه و باعلائم کنونی مقصود از محاسبات فوق امتحان صحت رابطهٔ زیر است :

$$\left[۴+\frac{۷}{۶۰}+\frac{۱۲}{(۶۰)^{۲}}\right]^{۲}+\frac{۲۵۶}{۱۰۰۰۰}=۱۷ \qquad (A)$$

←

[۶۸]- باب‌هفتم[۱] در کعب‌درجه‌ها ودقیقه‌ها و کسرهای بعدی‌وحاصل کعب[۲] (ص۲۳) برای استخراج کعب درجه‌ها ودقیقه‌ها وغیره آنها رابجنس کسر اخیرشان تبدیل می‌کنیم[۳]. سپس، اگر کسرها از جنسی باشند که کعب داشته باشند کعب عدد حاصل را همچنانکه در مورد عددهای صحیح گفتیم استخراج می‌کنیم. وگرنه عدد حاصل را یك‌بار یا دوبار در ۶۰ ضرب می‌کنیم تا کسر به جنسی تبدیل شود که کعب دارد[۴]. یعنی از جنس ثالثه‌ها و سادسه‌ها ویا تاسعه‌ها وامثال آنها. سپس کعب حاصل را به‌وسیلهٔ تقسیم کردن آن بر ۶۰ به‌کسرهای ستینی [= شصتگانی] تبدیل می‌کنیم . و برای تدقیق عمل کعب ، عددی راکه باید کعبش گرفته شود به‌کوچکترین کسری که کعب دارد تبدیل می‌کنیم وسپس کعب می‌گیریم. کعب عملی‌است که کمتر در امور جاری به‌آن احتیاج پیدا می‌شود[۵].

→ و معنی رابطهٔ فوق این است که مربع جذر ۱۷ به‌علاوهٔ باقیماندهٔ جذر مساوی است با ۱۷ .

اما:
$$\left[۴+\frac{۷}{۶۰}+\frac{۱۲}{(۶۰)^{۲}}\right]^{۲}=۱۶+\frac{۵۸}{۶۰}+\frac{۲۷}{(۶۰)^{۲}}+\frac{۵۰}{(۶۰)^{۳}}+\frac{۲۴}{(۶۰)^{۴}}$$
و
$$\frac{۲۵۶}{۱۰۰۰۰}=\frac{۱}{۶۰}+\frac{۳۲}{(۶۰)^{۲}}+\frac{۹}{(۶۰)^{۳}}+\frac{۳۶}{(۶۰)^{۴}}$$

و پیداست که اگر دوتساوی اخیر را عضو به عضو با هم جمع کنیم تساوی(4)به‌دست خواهدآمد .

۱ ــ المقنع ، ص۲۲ س ۳۲.

۲ ــ مقصود ازاین «حاصل کعب» را بعداً خواهیم دید .

۳ ــ یعنی عدد مفروض را دردستگاه شمار دهگانی می‌نویسیم .

۴ ــ نسوی دراینجا از دستور زیر استفاده کرده است:

$$\sqrt[۳]{a}=\frac{۱}{(۶۰)^{n}}\sqrt[۳]{a\times(۶۰)^{۳n}}$$

۵ ــ نسوی برای استخراج کعب مثال نیاورده و این فصل را به‌اختصار برگزار کرده است .

[۶۹] ـ [جنس حاصل کعب[1]] ـ و اما حاصل کعب درجه‌ها از جنس درجه و حاصل کعب ثالثه‌ها از جنس دقیقه و حاصل کعب سادسه‌ها از جنس ثانیه است و قس علی‌هذا. واین است آخر کتاب و خدا داناتر است.

[پایان ترجمهٔ فارسی مقالهٔ چهارم کتاب «المقنع»]

۱ـ المقنع، ص ۲۳ سطر سوم ازآخر

ضمیمهٔ بخش سوم

عکس صفحات نسخهٔ منحصر به‌فرد کتاب

«المقنع فی‌الحساب الهندی»[1]

۱ــ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۸ کتاب حاضر

بسم الله الرحمن الرحيم وبه نستعين وصلى الله على سيدنا محمد وآله وصحبه وسلم

الحمد لله على منه وإفضاله والسلام على أنبيائه وأوليائه. يقول علي بن أحمد النسوي إنه قد كان صنف
لخزانة دستور مجد الدولة كتابًا في عمل حساب الهندي وبعد ذلك أمر أن يكتب مولانا
شرف الملوك ... جمع الكلام في ذلك إذ كان بالفارسية وذكر أن الغاية تطويل الألفاظ
وتخفيف بعض أسبابها فرسم أن أنقل لخزانته كتبه بلسان عربي ما أورده الغرض الذي رامه فامتثلت
مرسومه وكنت قد نظرت فيما صنفه المتقدمون والمتأخرون في هذا المعنى فوجدت
بعضهم أطال مفرطًا في الإطالة فالذي عمله الكندي في الحساب الأصلي على المعلوم من جهة
من طالع الإطالة ما رفاه مرآ ... الاقتصار من جهة الإيهام فالذي عمله علي بن نصر وبعضهم سلفًا
فالذي عمله الكلوذاني ووجدت فيه أيضًا أبوابًا لم يكن بالحاجة إليها مفتقر النفس
وكان صنف بعضهم نوعًا يتعلق بنوع واحد من المعاملات كالذي صنفه الدينوري وكوشيار
لمن يحتاج ما يكون سبيله مع الاقتصار صنف للتنجيم دون سائر المعاملات وأما جنيد فصنف
للمعاملات دون التنجيم تصنيفًا مقتصرًا فعلمه وتحريت من الإملال ... لسائر
أصناف أولو ... الكلام على وجه ينتفع به الناس في معاملاتهم المختلفة والمحبوب في
مطالع مساعيهم وقسمت الكتاب على أربع مقالات أولاها في عمل الصحاح وثانيها في عمل الكسور
وثالثها في الصحاح والكسور ورابعها في الدرج والدقائق وحررت ذلك من البرهان الهندسية
لأنه يطول الكلام والله الموفق. المقالة الأولى من المقنع في عمل الصحاح وفيها أبواب
الباب الأول في صور الحروف التسعة ووضع الأعداد بالهندية وترتيب المراتب
قد اختلف أصحاب علم الحساب في بعض صور هذه الحروف التسعة ولكنهم اتفقوا على
هذا ١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦ ٧ ٨ ٩ فالأولى صورة الواحد والثاني الاثنين وهلم جرا إلى
التسعة التاسعة التاسع التسعة وأما المراتب وهي أربعة من مرتبة الآحاد والعشرات
والمئات والألوف والذي يجاوز ذلك فيتكرر منها فالمرتبة الأولى التي عن يمين الحاسب
هي مرتبة الآحاد وما يوضع فيها يكون آحادًا ويكون من واحد إلى تسعة والمرتبة الثانية
مرتبة العشرات وما يوضع فيها يكون كل واحد منها عشرة ويكون من عشرة إلى تسعين والمرتبة
الثالثة مرتبة المئين وما يوضع فيها يكون كل واحد منها مائة ويكون من مائة إلى تسعمائة
والمرتبة الرابعة مرتبة الألوف وما يوضع فيها يكون كل واحد منها ألفًا ويكون من ألف
إلى تسعة آلاف وهذه المرتبة ... مرتبة الآحاد ولهذا السبب اختلف العلماء
علم الحساب في عدد المراتب فبعضهم جعل المراتب أربعة وبعضهم ثلاثة آحادًا وعشرات
ومئين وأخرجوا مرتبة الألوف مقام مرتبة الآحاد والعمل ... على هذا
هذا الشيء إلى ما لا نهاية له مثاله ... في طول المراتب بآحاد عشرات
مئات ألوف ما ينتهي إلى الألوف ... في المرتبة الرابعة التي هي
مرتبة الألوف فيكون ألفين والمرتبة الثالثة صورة أربعة فيكون أربعمائة والمرتبة
الثانية منها صورة ثلاثة فيكون ثلاثين والمرتبة الأولى صورة خمسة فيكون خمسة ويكون

فيكون خمسة ويكون جميع هذه للرابعة من الاعداد اثنين واربعمائة وخمسة وثلاثين وعلى
هذا القياس سائرها فيكون جميع مراتب هذه الحروف التسعة التي هي اصل حساب الهند
٩٨٧٦٥٤٣٢١ تسعمائة الف الف وسبعة وثمانين الف الف وستمائة وخمسين واربعة
الف وثلاثمائة واحد وعشرين فاذا اردنا ان نضع الاعداد نكتبها بهذا الوضع الذي هو المرتبة
و نعلم الاكثر ونضعه في موضعه على حسب مرتبته ثم ما يكون دونه واقل منه لمرتبته ثم ما دونه
مرتبة مرتبة الى ان نضع الكل مثاله اذا اردنا ان نضع مائة وخمسة واربعة ربع الواحد ومثله
اربعة وقبل الاربعة خمسة على هذا المثال ٥٤٣١ فاما المراتب التي لا يكون فيها في المرتبة دونها
عدد فيها نثبت قبل ذلك العدد صفرا يدل على ان العدد المعقود يراد به ان يكون للمرتبة خالية
من الاعداد لكن احتيج اليه لحفظ المراتب والصفر دائرة صغيرة على هذا المثال ٥ مثاله
اردنا مائة كتبنا واحدا وقبل الواحد صفران بدلا من الاحاد والعشرات ولو اردنا الفا كتبنا
وقبله ثلاثة اصفار بدلا من الاحاد والعشرات والمئات وعلى هذا الرسم ٥ ١٠ ١٠٠ ١٠٠٠
سائرها الباب الثاني في زيادة الاعداد بعضها على بعض هذا الباب ينقسم قسمين
احدهما ان يكون عددان نريد ان نزيد احدهما على الاخر ليصير جميعهما وهذا الباب يسمى الجمع والثاني
ان يكون عدد واحد نريد ان نضعفه مرة او مرتين او ثلاث مرات والى حيث شئنا ويسمى
التضعيف فاما العمل بالقسم الاول منهما وهو الجمع فهو ان نضع المال المراد عليه وتحته المراد كل
مرتبة تحت نظيرتها الاحاد تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات والمئين تحت المئين
ثم نزيد اخر مرتبة على ما هو بازائها من العلوية والتي تليها من قبل على ما فوقها وعلى هذا القياس نزيد
مرتبة مرتبة من السفلية على ما هو بازائها من العلوية الى ان نفرغ من الكل فان زادت مرتبة من
العلوية على تسعة بواحد نضع مكانها صفرا ونزيد على عشرتها وهي المرتبة الثانية
واحدا وان زادت مرتبة على عشرة فنضع الزيادة على المرتبة ونزيد
منها التي تليها بعددها مثاله نريد ان نزيد مالا عدده ٢ ٨ ٣ ٥ على مال عدده ٦ ٥ ٣
على عشرة ابقيناها واحدا مثاله نريد ان نزيد الستة على الاربعة فتكون عشرة زادت
فنضعها على هذه الصورة ٢ ٨ ٤ ٥ ثم نزيد الستة على الاربعة
على تسعة واحدا جعلنا للمرتبة ٦ ٥ المرتبة الثالثة من العلوية صفرا وزدنا على عشرها
واحدا فصارت ستة على هذا المثال ٦ ٠ ٨ ٢ ونزيد الخمسة
على الثمانية فيكون ثلاثة عشر وزادت على العشرة ثلاثة ٦ ٤ ٣ نضع الثلاثة مكان
الثمانية ونزيد الواحد على الخمسة فتصير ستة فيبلغ
الثانية ونضع واحدا العشرة مكان الصفر ونزيد الواحد على
الجمع على ما في هذه الصورة ٦ ٣ ١ ٦ وهو ما حصل من زيادة ستمائة واربعة
وخمسين على خمسة الاف واربعمائة واثنين وثلاثين فهو ستة الاف ومائة
وستة وثلاثين الباب الثالث في اخذ الميزان للجمع وغيره والميزان عمل
هو عمل نعرف به صواب العمل من خطائه من غير اعادة العمل واما الجمع فيجب ان ميزان
كل عدد او مراتب معروضة هو ان نجمع حروفها الاحاد من غير ان نحفظ مراتبها ونلقيها
احاد التسعة كلما بلغ تسعة حتى يبقى منها تسعة او ما دونها فالباقي فهو ميزان

كل المراتب ومن بعد ذلك نجتمعا بما في اعمال ضرب جميع الاعمال من ابي كامل وانا نبني هذا وللعامل ميزان يجمع هو ان ياخذ ميزان المال المراد عليه وهو ثمانية ويلقيه من ميزان المال المزاد وهو للزائد تسعة فيجمع باقيها ويحفظ الجملة بعد القاء تسعة تسعة من جمع من المال وياخذ ميزانه فان كان مثل الذي حفظناه فالعمل صحيح وان كان غيره فخطا مثاله في الاعداد المتقدمة ناخذ ميزان المال المراد عليه وهو اثنان وثمانية واربعة وخمسة يكون جملة المال سبعة عشر فاذا اسقطناها تسعة تسعة بقي ثمانية ولذلك هو ميزان المال المراد عليه وناخذ ميزان المال المزاد على هذا الرسم وهي ستة فنجمع بينهما يكون سبعة نحفظ ونأخذ ميزان الحاصل بالجمع وهو ايضا سبعة فهو مساو للمحفوظ فدل على صحة العمل واما العمل بالقسم الثاني فهو الزيادة وهو التضعيف هكذا ناخذ من اخر المراتب فنضعفها ونضعها في موضعها فان زادت على التسعة واحدا نضع مكانها صفرا ونضع عددها على يمين الحاسب واحدا للعشرة وان زاد على العشرة زيادة الترم الواحد ونضع الزيادة في موضعه ونرد بعد ما عشرا به واحدا للعشرة وان لم يكن من عشرات شيء ونضعها ايضا مثاله نريد ان نضعف عدد مراتب صورتها ٤٨٣٤٣ فنبتدي باخر المراتب وهي خمسة فنضعفها فيكون عشرة زادت على التسعة بواحد نضع مكان الخمسة صفرا ونضع بعدها على يسار الحاسب واحدا العشرة ثم بعده المرتبة نضعف الثمانية مكانها فيكون ستة عشر نرد على العشرة ستة نضع السته مكان الثمانية ونضع واحد العشرة مكان الصفر ونضعف الثلاثة في مكانها فيكون ستة ونضعف الاربعة مكانها تكون ثمانية فنضع مكانها صفرا ونزيد واحد العشرة على السته فيجتمع ما في هذه الصورة ١١٦٦٠٨ وهو ما حصل من تضعيفنا له وخمسين الفا وثمانية وان نعمل ونضعف فهو مائة وستة عشر الفا وستمائة وثمانية اما العمل في ميزان التضعيف فالعمل ان ناخذ ميزان العدد الذي نريد ان نضعفه ونضعف الميزان ونحفظه ثم ناخذ ميزان المبلغ الحاصل من التضعيف فان كان موافقا للمحفوظ فالعمل صحيح وان خالف فخطا مثاله الاعداد المتقدمة ناخذ ميزان العدد الاول وهو سبعة ونضعفه فيكون بعد القاء التسعة خمسة نحفظها ثم ناخذ ميزان المبلغ الحاصل من التضعيف وهو ثلاثة وعشرون فاذا القيناها تسعة تسعة بقي خمسة وهو مساو للذي حفظناه فالعمل صحيح

الباب الخامس في نقصان الاعداد بعضها من بعض

هذا الباب ينقسم قسمين احدهما ان يكون عددان مختلفان نريد ان ننقص اقلهما من اكثرهما ليعلم الباقي ويسمى التفريق والثاني ان يكون عدد واحد نريد ان ننقصه مرة او مرات الى ان لا يبقى منه شيء ويسمى التنصيف والعمل بالقسم الاول منهما وهو التفريق ان نضع المال المنقوص منه ونضع المال المنقوص كل مرتبة تحت نظيرتها الاحاد تحت الاحاد والعشرات تحت العشرات ثم ننقص اخر مرتبة من المنقوص مما فوقها والتي تليها مما فوقها وكذلك كل مرتبة مرتبة من

مرتبة من السفلية من الى اول قطار العلوية اذا ان نوع من الطرح فانه مرتبة لم ينقص منها المنقوص ينقص من عشرات بها واحدا او نقصنا المنقوص من عشرة وما هو من النقص من يل على المرتبة التي ننقص وان كان في عشرات المنقوص منها ما هو نقص الا ما عليها وهي المرتبة التالية لها ونضع فيها ما سبعه موضع المفرد للسعي وننقص من الخط الى ما فوقها المنقوص وما بقي نزيد على المرتبة التي لم ينقص مثاله ان ينقص من مال عدده ٤٢٧٤٥٦ الا عدد ٤٦٣ ثم نضعها على هذه الصورة ٤٢٧٤٥٦ ثم ننقص اول مرتبة من السفلية ٤٦٣ ثم فنضعها ٤٢ ٦٣ ثلاثة فنضعها موضع الخمسة وننقص وهو اثنان من التي فوقها وهي خمسة يبقى اربعة من اثنين وهذا لا يمكن لان الاربعة اكثر من الاثنين فننقص من الثلاثة التي هي عشر من الاثنين واحدا ايهما اثنان وذلك الواحد يكون عشرة بالاضافة الى الاثنين فننقص منه اربعة يبقى ستة نزيدها على الاثنين فيصير ثمانية فنضعها موضع الاثنين ثم ننقص ستة من سبعة يبقى واحد ثم ننقص اثنين من اربعة يبقى اثنان ثم نحل تمام العمل الصورة وهو ستة من سبعة يبقى واحد وانما عشر الذي هي من خمسة وستة ثمانية وسبع الثانية ثمانية ٦٢٨١٢ اثنان وسبعة اذا انقص منه الثاني بقي اربعة واثنان ٦٢ ٢٣ والثاني وثمانية واربعة وسبعة ميزان النقص هو على ثلاثة اوجه لان اوجهها ان يكون ميزان المنقوص منه اعظم من ميزان المنقوص منه والثاني ان يتساويا والثالث ان يكون ميزان المنقوص اعظم من ميزان المنقوص منه وعمل الاول ان ينقص ميزان المنقوص من ميزان المنقوص منه ويحفظ الباقي ونعمل العمل التفريق ونأخذ ميزان الباقي فان كان مساويا لميزان المنقوص منه فالعمل صحيح وان خالف فخطأ مثاله في الاعداد المتقدمة انا نأخذ ميزان العدد الاول وهو ستة وميزان العدد الثاني وهو خمسة وننقص خمسة من ستة يبقى واحد وهو واحد فدل على صحة العمل وان كان ميزان الباقي بعد التفريق ميزان العدد الباقي بعد التفريق تسعة مثاله ان يكون العددان الميزانان متساويان فان نقصنا الاول على هذه الصورة ٧٢٣ وميزان كل واحد منهما تسعة ثلاثة فان النالث منهما وهو ان الاكثر هكذا ٢٣٧ ٨٦ ثم وميزانه تسعة وعمل الوجه الثالث منهما وهو ان يكون ميزان المنقوص اعظم من ميزان المنقوص منه هو ان نزيد على ميزان المنقوص منه تسعة وننقص منه ميزان المنقوص ويحفظ الباقي فان كان ميزان العدد الباقي بعد التفريق هو صحيح وان خالف فخطأ مثاله ان يكون العددان على هذه الصورة ١٤ ٣ ٤ وميزان العدد الاول واحد وميزان الثاني ثمانية نزيد على ميزان الاول تسعة ٣٣١ ننقص منه ثمانية يبقى اثنان وهو الميزان نحفظه ثم نسقط العدد الاسفل من الاعلى يبقى على هذه الصورة ٣٠١ وميزانه اثنان يدل على صحة العمل واما العمل القسم الثاني من النقصان وهو التنصيف هكذا ياخذ من اول مرتبة منه وهو الذي يلي الحاسب وننصفه وهو ونضع نصفه

في موضعه وعلى ذلك تعمل بالمرتبة الثانية والثالثة وما بعدها على الولاء الى ان تفرغ من الكل
هذا اذا كان زوجًا واما ان كان فردًا اسقط آخر الجملة واحدًا فيصير الثاني زوجًا ونصفه
ونضعه في محله ونزيد على المرتبة التي قبله للمرتفع عين الحاسب خمسة لان الواحد
الذي ومعناه من جملة الفرد تكون عشرة بالاضافة الى المرتبة التي قبلها ونصف العشرة
يكون خمسة مثاله نريد ان ننصف اعدادا صورتها ٤ ٣ ٧ ٨ ٤ ٢ فنبتدئ باول
الاعداد الذي على يمين الحاسب وهو اربعة ننصفها يكون اثنين فنضعه في موضع الاربعة
ثم ناخذ الثلاثة ونسقط منها واحدًا فيبقى اثنان ونصف الاثنين يكون واحدًا فنضعه مكان
الثلاثة ونزيد ونزيد الخمسة التي هي نصف الواحد الذي اسقطناها من جملة الثلاثة على الاثنين
التي قبلها لتصير مرتبة الاولى سبعة والثانية واحدًا ثم ناخذ السبعة ونسقط منها واحدًا
وننصف الستة يكون ثلاثة فنضعها موضع السبعة ونزيد الخمسة على الواحد التي قبلها فيصير
ستة ثم الثمانية ننصفها يكون اربعة نضعها موضعها ثم الخمسة ونسقط منها واحدًا ونصف
الباقي نحو اثنين نضعها موضعها ونزيد الخمسة على الاربعة التي قبلها فتصير تسعة ديني
تسعين والذي بعده مثل الاثنين فيحصل كما في الصورة ٧ ٦ ٣ ٩ ٢ ١ وهو مائة ولسعة
وعشرون الفًا وثلثمائة وسبعة وستون الباب السابع في ميزان التنصيف
هو اسع على اربعة اوجه احدها ان يكون ميزان العدد فردًا او جاده زوجًا فردًا او الثاني
ان يكون ميزانه زوجًا واجاده زوجًا والثالث ان يكون الميزان فردًا واحاده زوجًا والرابع
بالعكس وعمل الاول ان ناخذ نصف الميزان ونحفظه وننصف العدد وناخذ ميزان
ما خرج فان وافق المحفوظ فالعمل صواب وان خالفه فخطا مثاله في اعداد صورتها ٤ ٢ ٣ ٢
ناخذ ميزانه يكون ثلاثة ننصفها يكون واحدًا ونصفًا وننصف المراتب تبقى
٦ ٤ ١ ١ ميزانه واحد ونصفًا فالعمل صحيح وعمل الثاني ناخذ الميزان ونصفه ونحفظه
وننصف المراتب وناخذ ميزانها فان وافق المحفوظ فصحيح وان خالفه فخطا مثاله
في الاعداد المتقدمة في باب التنصيف ميزانها مثل اثنين ونصفها يبقى واحد فحفظناه
وننصفنا المراتب واخذنا ميزانها فكان واحدًا فدل على صحة العمل وعمل الوجه الثالث والرابع
هو ان نزيد على الميزان تسعة وناخذ نصف الجملة ونحفظه فما كان نحو المطلوب امثلة الوجه
الثالث هكذا كما اردنا ان ننصف هذه الاعداد ٤ ٥ ٤ ٣ وميزانها خمسة
وهي فرد واحاد العدد زوجًا نزيد على الميزان تسعة فيصير اربعة عشر اخذنا نصفها
سبعة ونصفنا المراتب فصار على هذه الصورة ٧ ٢ ٦ ١ وميزانه سبعة فوافق
المحفوظ فدل على صحة العمل مثال الوجه الرابع هكذا كما اردنا ان ننصف هذه المرتبة
٢ ٤ ٣ اخذنا ميزانها فكان اثنين وهو زوج واحاده فرد فزدنا على ميزانه
تسعة صار احد عشر اخذنا نصفه فكان خمسة ونصفًا حفظناه ونصفنا
المراتب فبقي هكذا ١٧٦ واخذنا ميزانه فكان خمسة ونصفًا فوافق

نصرانق المحفوظ فيدل على العمل الباب الثامن في جمع الضرب واقسامه وجمله في العدد الصحيح الضرب تضعيف احد العددين بقدر ما في الاخر من الاحاد وينقسم ستة اقسام ضرب العدد الصحيح في الصحيح وضرب المكسور في المكسور وضرب الصحيح في الصحيح والمكسور وضرب الصحيح في المكسور وضرب الصحيح والمكسور في المكسور وضرب المكسور في الصحيح ونبين العمل بالصحيح منها في هذه المقالة وبقيته في المقالات الاخر من الكتاب كل نوع منها في المقالة التي تليق بها فاما ضرب الاعداد الصحاح فنرتبها بعضها في بعض على طريق الهند فهو على هذا ويجب ان يكون لنا معلوما ما يرتفع من ضرب الاحاد التي هي من واحد الى تسعه بعضها في بعض وانا قد [illegible] معلوما فانا نضع العدد المضروب و[illegible] المضروب فيه على ان يكون اول المراتب السفليه تحت اخر المراتب العلويه ونبتدئ باخر المراتب العلويه ونضربها في اخر المراتب السفليه ثم في التي تليها مما يلي يمين الحاسب ثم في التي تليها مرتبة مرتبة عن مراتب السفليه ونضع ما يرتفع من ضرب كل واحد منها على ما فوقه من مراتب السفليه بازاء العلويه وعلى استيفائها ثم ننقل المراتب السفليه مرتبة الى يمين الحاسب ونضرب ما يوافق اول المراتب السفليه مبتدئا من اخر المراتب السفليه كما قدمنا ذكره ولا نزال نفعل ذلك ننقل المراتب السفليه مرتبة بعد مرتبة الى يمين الحاسب حتى نضرب اول المراتب العلويه في مراتب السفليه فيكون الحاصل فوق المراتب السفليه هو المرتفع من الضرب مثاله نريد ان نضرب عددا صورته ٣٢٤ في عدد صورته ٣٤٥٧ فنضعها اول مرتبة
اخر مرتبة من العلويه فوق اول مرتبة
فنضعها على هذه الصورة ٣٢٤
٣٤٥٧ التي هي اخر المراتب العلويه في السبعه من السفليه ثم نضرب الثلاثه في السبعه وبازائه على استيفائها من السفليه تكون احدى وعشرين فنضع الواحد فوق السبعه وبازائه نضرب الثلاثه العلويه في [illegible] ونرفع اثنين للعشرات فنضع الواحد على يسار الحاسب ثم نضرب الثلاثه ايضا في الخمسه فيكون خمسه عشر فنضع الخمسه فوق الخمسه وبازائها ونزيد الواحد للعشره على الواحد الذي يجيء بضرب اثنين ثم نضرب الثلاثه ايضا في الثلاثه السفليه فيكون تسعه فنضعها مكان الثلاثه العلويه وننقل المراتب السفليه مرتبة الى يمين الحاسب حتى تكون الثلاثه التي هي اول مرتبة من السفليه تحت الاثنين مما يلي يمين الحاسب
الصورة ٢٢٤ ٩٠١٢١
٣٤٥٧ ثم نضرب الاثنين العلويه في السبعه السفليه تكون اربعه عشر فنزيد الاربعه على الخمسه التي هي فوق السبعه لتصير تسعه ونزيد واحدا للعشرة على الاثنين الذي بعد الخمسه لتصير ثلاثه ثم نضرب الاثنين في الخمسه فتكون عشره فنزيد واحدا فوق عشرات فوق الخمسه وهي الثانيه منها وفيها تسعه فيصير ذلك عشره فنضع مكان التسعه صفرا ونزيد واحدا على الثلاثه التي تليه لتصير اربعه ثم نضرب الاثنين في الثلاثه فتكون سته فنضعها موضع الاثنين وننقل المراتب السفليه مرتبة الى يمين الحاسب كما في هذه
الصورة ٤ ٢٤٥٩٦٤
١٧٥٤٣ ثم نضرب الاربعه الفوقانيه في

في كل واحد من المراتب السفلية على الرسم المتقدم ويزيد المبلغ على المراتب العلوية فيحصل الخارج
من الضرب على ما في هذه الصورة ٢ ٧ ٩ ٣ ٢ ٢ وهو مايتان ثلاثة وأربعون الفا
وتسعمائة واثنان وسبعون ٣ ٤ ٧ وهي الربع من الضرب ثلثمائة وأربعة
وخمسون في سبعمائة وأربعة وعشرين فتكون هذه الأمثلة تعمل الضرب بالحساب [illegible]
عدد الأنواع في العمل المهذب والله أعلم الباب التاسع في ميزان الضرب هو أن
تعرف بأخذ ميزان المضروب وميزان المضروب فيه كل واحد منهما على حدة وتضرب أحدهما
في بعض وتحفظ الباقي بعد إسقاط تسعة تسعة إن جاوزها ثم تأخذ ميزان الخارج
من الضرب فإن كان مساويا للمحفوظ فالضرب صواب وإلا فإنه خطأ فلنعد مثاله في أعداد
من الضرب ما كان من ميزان المضروب وهو تسعة وميزان المضروب فيه وهو ستة ثم
التقديم بأخذ ميزان المضروب الثمانية تسعة تسعة بقي تسعة أو أربع من مجموعه
ستة في مجموع أربعة وخمسين
ثم تأخذ ميزان الخارج من الضرب فتجد أيضا تسعة فدل على صواب العمل واعلم أن في ميزان
الضرب من يأخذ ميزان العدد المطلوب من المضروب أو المضروب فيه تسعة كان
الميزان يستغني له بالتسعات ما ثم ذلك تفرع عليه الباب العاشر في حد القسمة
وأسمائها والعمل بالصحاح [illegible] القسمة عكس الضرب وهو تجزئة أحد العددين بقدر ما
في الآخر من آحاد وهي أيضا أعراف نسبة الواحد الصحيح وتنقسم تسعة أقسام قسمة
الصحيح على الصحيح وقسمة المكسور على المكسور وقسمة الصحيح والمكسور على الصحيح والمكسور
وقسمة الصحيح على المكسور وقسمة المكسور على الصحيح وقسمة المكسور على الصحيح والمكسور
وقسمة الصحيح على الصحيح والمكسور وقسمة الصحيح والمكسور على الصحيح وقسمة الصحيح والمكسور
على المكسور فأما العمل بالصحيح منها فكذا نضع المال المقسوم ونضع المال المقسوم عليه
تحت مرتبة من السفلية تحت آخر مرتبة من العلوية إن كان أول منه ثم نضع فوق المرتبة
التي تحتها آخر المراتب السفلية على ما يحد الحاسب أنه عدد إذا ضربناه في آخر مرتبة من
المراتب السفلية ونسقط المبلغ من فوقهما من العلوية التي بإزائها
أما هاد في أول التي تحتها ثم نضرب في المرتبة التي تليها تلك المرتبة من يد الحاسب
وكذلك في كل مرتبة من المراتب السفلية ونسقط المبلغ من كل واحد منهما من المراتب العلوية
إلى أن يفرغ من جميع المراتب السفلية ثم ينقل المراتب السفلية مرتبة إلى ما يلي يد الحاسب
ونضع فوق المرتبة من العلوية التي تحتها أول المراتب السفلية أكثر عدد يعمل به ما عملنا
في الأول فهو إلى أن يرجع إلى المرتبة الأولى فوق أول مرتبة من العلوية ما لم يوجد عدده
في المرتبة وكانت السفلية أكثر من العلوية وضعنا صفرا ونقل المراتب السفلية
مرتبة [illegible] الحاسب ونطلب العدد الأكثر ونعمل العمل فيدر المراتب التي تحصل
فوق مراتب العلوية هو الحاصل من القسمة وما بقي من الوسط [illegible] فيكون كسرا
من المراتب السفلية من واحد مثاله إذا أردنا أن نقسم ثلاثة عدده

مه الاعداد ۲ ۵ ۸ ۲۸ على مال عدده ۲۳ فلنضعها على ما نضعنا الصور ۲ ۵ ۸ ۲۸ ثم نطلب اكثر عدد نضعه فوق الثمانية ونضربه في الواحد السفلاني وفي الاثنين ايضا ننقصه ما فوق الواحد فالاثنين افناه او يبقى اقل منهما فنجد اثنين فنضعهما فوق الثمانية ونضربه في الواحد وننقصه من الاثنين العلوية افناه ثم نضربه ايضا في الاثنين السفلي يكون اربعة ننقصها من ثمانية فيبقى اربعة نضعها بموضع الثمانية وننقل المرتب السفلية مرتبة الى ما يلي على الحساب فتحصل الصورة ۲ ۴ ۲ ۵ ثم نطلب عددا ثانيا نضعه فوق الخمسة ونضربه في الواحد والاثنين وننقصه من الاربعة والخمسة افناهما او يبقى منها اقل من السفلانية فنجدها ثلاثة فنضعها فوق الخمسة ونضربه في الواحد وننقصه من الاربعة يبقى منها واحد ونضرب الثلاثة ايضا في الاثنين يكون ستة فننقصها من الخمسة فلا يمكنها ذلك لان الباقي اثني عشر [illegible] الواحد الموضوع في مرتبة الخمسة وستة مما ستة يبقى اربعة نزيدها على الخمسة فيصير تسعة وننقل المرتب مرتبة الى ما يلي الحساب فتحصل الصورة ۲ ۳ ۲ ۹ ۱ ۲ ثم نطلب عددا نضربه في الواحد نضعه فوق الاثنين العلوي [illegible] به ما يجب فتحصل الصورة ۲ ۳ ۷ ۳ ۲ فالسطر الاعلى هو الخارج من القسمة وهو مائتان وسبعة وثلثون ومائتان التي في الوسط [illegible] من الواحد وهو ۸ ۱ ۲ نصف الواحد [illegible] اثني عشر [illegible] نصف الواحد [illegible] الآن وعلى هذا القياس سائر القسمة [illegible] على الصحاح [illegible] الباب الخامس في ميزان القسمة [illegible] ميزان المال المقسوم ونحفظه ثم ناخذ ميزان الخارج من القسمة ونضرب في ميزان المقسوم عليه ونزيد عليه ميزان الباقي ان بقي شيء في الوسط فان كان مثل المحفوظ فالعمل صحيح وان خالفه [illegible] والاعداد المتقدمة اخذنا ميزان المال المقسوم فكان ثمانية حفظناها ثم ضربنا ميزان المقسوم عليه وهو ثلاثة في ميزان الخارج من القسمة وهو اثنان فبلغ ستة زدنا عليه ثمانية الباقية فكان سبعة عشر اسقطنا منه تسعة بقي ثمانية فهو موافق للمحفوظ فدل على صحة العمل

الباب الثاني عشر في جذر العدد [illegible] للاعداد [illegible] الجذر ضلع المربع لان كل عدد اذا ضرب في نفسه سمي المبلغ مربعا ويسمى ايضا مالا وسمي هذا العدد المضروب في نفسه جذرا لذلك المال وضلع ذلك المربع مثاله ثلاثة فان الثلاثة اذا ضربت في نفسها بلغت تسعة فسمي التسعة مالا ومربعا وسمي الثلاثة جذرا وضلعا ايضا وينقسم [illegible] على اقسام جذر [illegible] وجذر [illegible] وجذر [illegible] فاما [illegible] ان نضع المال المجذور ونعد مراتبه من اوله الى آخره [illegible] ولم [illegible] الى [illegible] ثم نطلب اكثر عدد اذا ضربناه في نفسه ونقصناه من المال افناه او بقي اقل من العدد المطلوب فنضعه تحت [illegible]

الاصغر ونوفيه ايضا ونضرب الاعلى في الاسفل ونسقط الحاصل من الصف من المال المجذور
فهو للاوسط فيضعف للاسوا مكانه وننقله مرتبة الى يمين الحاسب ونطلب اكثر عدد نضربه
في مراتب الاسفل وفي نفسه ونلقيه من المال الباقي او من اقل من الاسفل فنضع ذلك العدد تحت
الاسفل ونوفيهما مرتبة الى يمين الحاسب ونوفيه ايضا بازائه ونضرب الاعلى في كل واحد
من المراتب الاسفل ونلقيه من المال المجذور فيضعف ذلك العدد الاسفل مكانه وننقله مرتبة
ونطلب اكثر عدد حاملنا اولا وثانيا ونعمل بما عملنا الى ان نفرغ من الكل وان لم نجد عددا
اعلى هذا الشرط ويكون اسفلي اكثر من العلوي فنضع صفرا مكان العدد المطلوب
ونقلنا المراتب السفلية مرتبة الى يمين الحاسب وطلبنا العدد وعملنا العمل فنضعف الاخير
من السفلية مكانه ونزيد عليه واحدا ونزيد عليه واحدا ابدا فيكون الاعلى جذر المال والمراتب
للاوسط الباقي من المال فهو لجذر مراتب الاسفل من واحد فما له نزيد جذر مالعدده
سعه من اول المراتب سطرا وامر من نقع السطر الاخير على الخمسة فالعدد
٢ ٤ ٣ ٧ ٤
الاكثر انه فيضعه من الخمسة ونحيها ونضرب الاعلى في الاسفل ويكون اربعة انقيهما من
الخمسة بقي واحد فنضعف الاسفل مكانه وننقله ونحوه الى يمين الحاسب على ما في هذه
هذه الصورة ٢ ٤ ٣ ٧ ١ ٢ ونطلب اكثر عدد نضعه قبل الاعلى ونحن نعلمه الى
يمين الحاسب وتحت الثلاثة ونوفيها بحيرها بلا ثلاثة فنضعها تحت الثلاثة ونوفيها ونضربها
في الاربعة وفي الثلاثة السفلانية ونلقي ما ارتفع من الضرب من المال الاوسط لعين
ونضعف الثلاثة مكانها وننقل مراتب الاسفل مرتبة الى يمين الحساب كما في هذه
٢ ٣ واما العدد المطلوب لنا على الرسم الاول محذوف تسعه
الصورة ٢ ٤ ٤ ٤ اول المراتب من المال المجذور ونوفيها ونضربها في كل واحد
فنضعها تحت ٦ ٢
من المراتب السفلية ونلقيها من الوسط فتبقى التسعة الاخيرة مكانها ونزيد عليها
واحدا لحمل حالي هذه الصورة ١ ٣ ٢ ما المراتب العلوية التي هي ما بيان
الاول الذي كان تسعة وخمسين ١ ٢ ٢ والتسعة وثلثه جذر المال
والثاني من اثنين الذي في الوسط هو ١ ٧ ٤
انما اولنا ما هو واثنين واربعون
احد من المراتب السفلية من واحد بالتقريب وهو ما بيان واحد وعشرون جزء من
اربعات والتسعة ونسفي جزوا من احد والسبب في ذلك ان كل مربع على التقسيم الطبيعي
ما بين انها وبين ما قبلها مثل جذر اضعفهما وزيادة واحد ابدا فكل مربع مطلوب نريد
ان نطلب المربع الثاني له على الضعف فانا نزيد على المربع المطلوب جذر به وواحد
فيكون المجموع من ذلك الثاني المطلوب المطلوب الباب الثالث عشر في معرفة
الميزان للجذور تامة ميزان المال المجذور المحفوظ ونحفظه ونأخذ ميزان الجذر ونضربه

ونضربه في نفسه ونزيد عليه ميزان الثاني ثم ميزان المجذور ان كان فيه فما زاد من المحفوظ فالعمل صحيح وان اعطينا مثالا في الاعداد المنطقة احدها ميزان الجذور وكان ثلثة ضعفناها ولصرنا ميزان الجذر فكان ستة ضربناها في نفسه فاسقطنا تسعة تسعة بقي تسعة فزدنا عليها ميزان الباقي من المال المجذور الذي هو خمسة فيكون اثنا عشر اسقطنا منه تسعة بقي ثلاثة وهو مثل المحفوظ فدل على صحة العمل

الباب الرابع عشر في جذر الكعب واقسامه واستخراجه للاعداد

اضلاع الكعب هو عدد اذا ضرب في مثله ثم ما ارتفع من الضرب ضرب في جذره فالذي يخرج من هذه المضروبات يسمى الكعب فالعدد الاول يسمى كعب لذلك المكعب مثاله ثلاثة وسبعة وعشرون فان الثلاثة اذا ضربتها في مثلها يكون تسعة والتسعة اذا ضربت في الثلاثة التي هي جذر التسعة تكون سبعة وعشرين فالسبعة وعشرون مكعب والثلاثة كعبه وينقسم ثلاثة اقسام كعب الصحاح وكعب الكسور وكعب الصحاح والكسور اما استخراج كعب الاعداد الصحاح بالهندية فهو ان اولا نعلم انه يقع في عمل هذا الكتاب اربعة اسطر السطر الخارج ويسمى السطر الاعلى والثاني سطر المال الذي نريد اخراج كعبه وتسميه سطر المال وتحت سطر المال سطر الاصفار ويسمى السطر الاوسط وتحت السطر الاوسط سطر رابع ويسمى السطر الاسفل ثم نبتدئ من اول المراتب ... الى ان ينتهي الى الاخير ثم نضع تحته في السطر الاسفل وفوقه وبازائه في السطر الاعلى عددا نضربه في نفسه ونضع ما ارتفع من الضرب في السطر الاوسط ونضرب الاعلى في الاوسط ونلقيه من المال ثم نضعف العدد الاسفل ونقل الاوسط مرتبة والاسفل مرتبتين ونطلب عددا اخر على الرسم المتقدم ونضربه ونقل الاوسط ... وهكذا الى ان يفرغ من الكل وعند تمام العمل يكون الذي في السطر الاعلى هو الجواب ... مثاله اذا اردنا ان نستخرج كعب عدد ۳۶ ۸ ۲ ۲ ۹ ۶ نضع المال في سطر ... ونطلب عددا نضربه في نفسه ونزيد ... من الضرب في السطر الاوسط ونضرب الاعلى في الاوسط ونلقيه من المال فيحصل على هذه الصورة

ثم نضعف الاسفل مكانه ونضرب الاعلى في الاسفل ونزيد على الاوسط ونلقيه من المال ونزيد الاعلى على الاسفل ونقل الاوسط مرتبة والاسفل مرتبتين فيحصل كما في هذه الصورة ۶ ۹ ۲ ۲ ۴ ۶ ۲

ثم نطلب عددا نضربه في الثلاثة السفلانية وفي نفسه ونزيد المبلغ على الاوسط ونضرب الاعلى في الاوسط ونلقيه من المال فوجدنا خمسة فنضعها تحت الثلاثة وبازائه في السطر الاعلى فوق الاثنين من المال ونضربه في الثلاثة السفلانية وفي نفسه ونزيد المبلغ على الاوسط ثم نضرب الاعلى في الاوسط ونلقيه من المال فيحصل هذه الصورة ثم نضعف الخمسة مكانها ونضرب الخمسة المطلوبة في المراتب السفلانية ونزيد المبلغ على الاوسط ۶ ۹ ۲ ۷ ۷ ۳ ونزيد الخمسة التي على الاعلى على السفلانية ونقل الاوسط مرتبة [illegible]

والاسفل يرسم بين فيحصل كما في هذه الصورة ٤ ١ م فيطلب عددا اخر على السطر بطبه
المذكوره فيجده اربعه فتضعها تحت ٦ ٩ ٢ ٧ ٧ ٢ الخمسه السفليه المحاذى بعد الخامسه
وتدرقه في السطر الاعلى وتضرب هذه ٠ ٠ ٤ ٧ ٦ الاربعه في المراتب السفلانيه وفي
نفسها وتزيد المبلغ على الاوسط ٠ ٤ ٤ وتضرب الاعلى في الاوسط وبلاثه
من المال فيصير كما في هذه الصورة ٢ ٤ ١ ثم تنقل الاربعه السفليه مكانين وتضرب
الاعلى في المراتب السفليه وتزيد ٢ ٣ ٣ ٩ ٦ المبلغ على الاوسط وتزيد على الاوسط
٦ ١ ٣ فيكون كما في هذه الصورة ٢ ٤ ١
عند تمام العمل واحد الذي يحصل ٤ ٤ ٢ ١١ ٣ ٢ ١ ٧
فالحاصل في السطر الاعلى هو الضلع وهو مائه واربعه وعشرون والباقي ٤٩
من المال اجزاء من المراتب . الباب الخامس عشر في ميزان الكعب ٤ ٤ ٣ نفسه
بأخذ ميزان المال الذي تريد اخراج كعبه والمحفوظ واخذ ميزان الكعب وتضربه في
ه من الميزان وتزيد عليه ميزان ما بقي ان كان بقي والمحفوظ ما لم يكن صواب وان خالفه فخطا ما له في الاعداد
المتقدمه اخرنا ميزان الكعب وهو سته فنعمله ونحمل الكعب وهو واحد ونضربه في الميزان
ابقا يكون واحد ونزيد عليه ميزان الباقي وهو خمسه فيكون سته فوافق المحفوظ فدل على صحة العمل
وتم المقاله الاولى بحمد الله المقاله الثانيه من كتاب المقنع في اعمال الكسور وهي فى وضع
الكسور بالهنديه اعلم ايدك الله ان مخرج النصف اثنان وهو اقل عدد يصح منه النصف ومخرج الثلث
ثلاثه على هذا السرد وعشره مخرج الربع اربعه لانها اقل عدد صحيح يصح منه الربع ومخرج الخمس
خمسه الى التسع والعشر والاحد عشر مخرجه من احد عشر وثلاثه اجزا من ثلاثه عشر
وسته اجزاء من تسعه عشر ومخرجها تسعه عشر ... فاذا اردنا ان نضع
كسورا من غير عدد صحيح بالهنديه نضع اولا صفرا في موضع العدد الصحيح ونضع تحته الصفر
اجزا من ذلك المخرج التي نريد ونضع تحت الاجزا المخرج ونسمي المخرج ونضع امثال الهنديه
الاصل ونسمي الحقيقيه الاصل نكون املا للاجزا التي هي تحت الاصل في العباره فيكون رلى
سطر العدد المكلف ان كان الكسر مع عدد صحيح فالاوسط سطر الاجزا والاسفل سطر
الاصل مثاله اردنا ان نضع النصف وحدها صفرا مفتح واحدا وعينا الواحد نبني على هذه
الصوره ٠ اعني ان موضع الصحاح خال من العدد وواحد من الاثنين الذين هما
امله ١ ٢ ثم تجد وهي النصف وهكذا نبين الثلث ٠ ١ ٣ صفر وواحد من ثلاثه
والخمس هكذا ٠ ١ ٥ والجزء من احد عشر هكذا ٠ ١ ١١ وعلى هذا القياس سائرها
الباب السادس في زيادة الكسور بعضها على بعض وقد يسمى باب الجمع
الاولى ان الزياده تكون على وجهين وهما انهما في الكسور على وجهين احدهما ان يكون
كسرين نريد ان نزيد احدهما على الاخر اعلم جملته والثاني ان يكون كسرا واحدا نريد ان نضعفه
مره او مرتين او ثلاثه او اكثر والعمل في الوجه الاول وهو الجمع هكذا ان تضع كل واحد
من الكسرين كما بينا ونضرب اصل الكسر الاول في بسط الكسر الثاني واصل الكسر
الثاني في بسط الكسر الاول ونضرب اصل احدهما في اصل الاخر لتكون الاجزا كلها

كلمها من اصل الواحد ولا احتياج الى هذا وسمى هذا الضرب ولعل ضرب التاريخ بحيث ما قلنا من جميع اعمال الصنف به من جهة التاريخ ما انا نعني به هذا [illegible] من هذا الاصل تريد اجزا الاسود الاول على اجزا الاسود الثاني وتسميه من الاصل ما كان [illegible] مثاله اردنا ان نريد السدس على الربع ووضعنا هكذا [illegible] ونضرب السبع التي هي اصل السدس [illegible] الذي هو [illegible] الربع يكون سته ونضرب ٦ [illegible] الاربعه التي هي الربع [illegible] الذي هو من السته [illegible] ونضرب السته في اربعه يكون اربعه وعشرين فنعمل هكذا [illegible] والمراد في هذا العمل هو ان تخرج كل الجزء من اصل الواحد [illegible] السبب [illegible] لان الاربعه من اربعه وعشرين هو السدس وسته من اربعه وعشرين هو الربع ايضا [illegible] صار الوصلان عددا او احدا [illegible] المناسبة على الحالة الاولى [illegible] تريد السبع على الاربعه من اربعه وعشرين [illegible] وسمينا على هذا [illegible] يكون [illegible] ونسبت [illegible] فنسقط من الاجزا مثل الاصل وذلك [illegible] يكون زاد الاجزا على الاصل في هذه الزيادة [illegible] ونسب الباقي من الاصل [illegible] مثاله اردنا [illegible] ووضعنا على هذا الرسم [illegible] ومن هذا المثال ان نريد [illegible] على [illegible] لان الاجزا [illegible] الاربعه التي هي الاصل لا يحتاج الى ضرب التاريخ لان الاجزا [illegible] التي هي الجزء على الثلاثة الاجزا وزادت على الاصل [illegible] ووضعناه مكان الصفر ونسبنا ما سقطنا [illegible] اربعه وصيرناها واحدا [illegible] الاثنين الباقية من الاربعه [illegible] واحدا ووضعنا على هذا الرسم [illegible] واما القسم الاخير الزيادة فهو التضعيف [illegible] في الكسور [illegible] تضعف الاجزا [illegible] من الاصل [illegible] اردنا ان نضعف الربع الذي هو [illegible] ونسبناه الاربعه تكون [illegible] على هذا الرسم [illegible] وان الواحد [illegible] على الاصل فنقصنا الاصل من الاجزا ووضعنا [illegible] واحدا ما نقصنا الاجزا وزادت [illegible] فلما [illegible] محلها موضع الصفر ونسبنا الباقي [illegible] مثاله اردنا [illegible] وزادت على الاصل [illegible] هكذا [illegible] ونصف الخمسه [illegible] مكان الصفر ونسبنا الاربعه الباقية من السته [illegible] ووضعنا واحدا محلها مكان [illegible] وانا اردنا ان نكون اصل الاعداد على نسبتهما [illegible] من الصورة [illegible] واحد [illegible] فاحفظه فانه [illegible] نسب [illegible] بعدها [illegible] كل [illegible] على نسبتهما مثاله ان [illegible] اصل الاعداد على نسبة اربعه وعشرين من [illegible] [illegible] ان [illegible] فنسقط ستين [illegible] اثنا عشر [illegible] ستين [illegible] وعشرين [illegible] هو اثنا عشر [illegible] ستين واربعه وعشرين [illegible] من اربعه وعشرين اثنان [illegible] هو اثنا عشر من ستين [illegible] اصل الاعداد على نسبتهما [illegible] العدد [illegible]

لانتقصان احدهما من الاخر الى ان يفنيا الى الواحد فالعددان متباينان وهما اقل الاعداد على نسبتهما
مثاله اردنا ان نعلم عددين على نسبة سبعة وعشرين من سبعين نسقط من سبعين سبعة وعشرين مرتين
سبعين مرتين يبقى ١٦ نسقط من سبعة وعشرين يبقى احدى عشر نسقط من ١٦ يبقى خمسة
نسقطها من احدى عشر يبقى ستة نسقط منها خمسة يبقى واحد نسقط الواحد من خمسة
اربع مرات فينتهي الى الواحد فدل على انه لا يوجد اكثر عدد يعد ٢٧ و٧٠ فهما متباينان واقل
الاعداد على نسبتهما فيجب ان ننسب ٢٧ من ٧٠ فيكون سبعة وعشرين جزءا من سبعين جزءا
من جنس الباب الثالث في نقصان المكسور بعضها من بعض هذا الباب يكون على وجهين احدهما ان
يكون الكسران ... والثاني ان يكون كسرا واحدا
نريد ان ننقص ... هكذا نريد ان ننقص سدسا من ثلثي ضعفها
هكذا ١ ٢ ... ٢ ١ | ١ ٣ ننقص الجزء وهو ثلاثة من ...
٦ ٣ ... ٨ ١ | ١ ١٨ ... ثمانية عشر
... ١٨١١
... هكذا ... الباب ...
... السدس وهو النصف
... ٨ ١ ١ ...
... ٢ ... ٢ ...
اردنا ان ننقص الربع ... هكذا ...
... الباب الرابع في ضرب المكسور بعضها في بعض ...
... مثاله اردنا ان نضرب ... هكذا
... والاصل في الاصل ...
... الباب الخامس في قسمة
... ٢ ١ ...
... في اصل الاخر ...
المكسور بعضها على بعض ... مثاله اردنا ان نقسم ... على الربع ...
المقسوم عليه ...
هكذا ١ ٢ ... الاربعة ... واذا اردنا ان نقسم اربعة
... ٨ ٢ ... الاربعة من الثمانية تكون نصفا على هذا الرسم
... الباب ...
... الواحد ...
في حد القسمة ... اثنان ...
... وان ١٦ ... جذر الاصل وجذر الجزء كل
... الباب السادس في جذر المكسور وهو ان ... اردنا ان ...
... جذر الجزء على جذر الاصل ... والجذر ...
جذر الربع ... وجذر الجزء واحد وجذر الاصل اثنان ...
نصفا وهو جذر الربع على هذا الرسم ... وهو ان ناخذ كعب الجزء وكعب الاصل
... كعب ... السابع في كعب ... مثاله اردنا
... كعب الجزء ... كعب الاصل وهو اثنان ...
... كعب الجزء وهو واحد ... وكعب الاصل وهو اثنان ...
... على ... ٢ ... المقالة الثانية بعد الباب والله اعلم

... (في الهامش)

المقالة الثالثة من كتاب المقنع في الصحاح والكسور وهي ابواب الباب الاول منها في جمع
الاعداد الصحاح مع الكسور وجمع الكسور مع الكسور في هذه المقالة على ما تقدم من الجمع في المقالة الثانية هو اذا كان مع
الكسر عدد لا صحاح فلنضعها بشكل الامثال ولنسمها العدد المطلق فنجمع تحته الاجزاء والمثال للامثال
الامثال مثاله خمسة ونصف نجمع الخمسة اولا بجنسها واحدا ونجعلها اجزاء انصاف ثم نضعها ثلاثة عشر
وذلك نضعها هكذا ١٣ ٢ فعلى هذا احد عشر وسبعة اجزاء من سبعة عشر وعلى هذا القياس
سائرها فنجمع ١ ٣ العدد ونجعلها الاجزاء ونجعل الاجزاء الامثال الباب الثاني
في جمع الصحاح والكسور المتفرقة ان نعلم انه اولا ضرب المنازع ثم نزيد العدد المطلق على عدد المطلق ٤ ١ ٧
١٦ والزيد على الجزء وما كان هو المراد مثاله نريد ان نجمع بين ثلاثة وربع وخمسة ونصف فنضعها على
هذه الصورة ٣ ونعمل فيها ضرب المنازع فيحصل على هذه الصورة ٣ ٣ نزيد الثلاثة على الكسر
على الاربعة فيحصل على هذه المثال ٨ وهو ٣ ١ ٢ ثمانية دراهم
والاثنين ٤ ٢ ٨ ٨ ٦ فيحصل ٨ زيادة ثلاثة وربع على
صحاح ونسبة اجزاء من ثمانية وهي نصف وربع لكنا وهو ما
خمسة ونصف واما النوع الاخر من الزيادة اي من زيادة الصحاح والكسور فانك هو التضعيف
فلا يحتاج ان يضعف اولا العدد المطلق ثم الاجزاء ولا يعمل بالامثال شيئا مثاله اردنا ان نضعف اربعة
ونصفا وثلثا فنضعها هكذا ٤ ٢ ١ ثم نضعف الاربعة التي هي العدد الصحاح ونضعف الواحد الذي هو الجزء
ونترك الثلاثة التي هي ٢ ٣ الامثال على حالها فيحصل هكذا وهي ثمانية وثلثان الدراهم حصلان نضعف
الاربعة والثلث واذا اراد الجزء على الامثال عند الامثال النصف لسقط منه مثل الامثال ونزيد على
العدد الصحيح واحدا ونسقط الاجزاء من الامثال الحد يبقى ما ذا اردنا ان نضعف اثنين ونصفا
وثلثا فنضعها على هكذا ٢ ونضعف الاثنين والثلاث فيكون اربعة وستة فنزيد الجزء
على الامثال باثنين فسقط الامثال ٢ الاربعة من الستة ويزيد واحدا على الاربعة الصحيحة فيصير
هكذا ٥ وهو خمسة ونصف الدرهم حصلان نضعف اثنين ونصفا وربعا الباب الثالث
في ٢ نقصان الصحيح والكسور بعضها من بعض العمل بالوجه الاول منها وهو ان نفرق
نعمل ضرب ٢ المنازع ونقص العدد الصحيح الاول من العدد الصحيح الاخر ونقص الاجزاء من جزء الكسر
ونترك الامثال على حاله مثاله اردنا ان نقص اربعة وربعا من ثمانية ونصف فنضعها على هذه
الصورة ٨ ٤ ونعمل ضرب المنازع فيصير هكذا ٨ ٤ فنقص اربعة من
ثمانية ٢ ١ ونقص اثنين من اربعة فيبقى على هذه ٢ ٣ ٢ وهي
اربعة للدراهم ثمانية ونصف ٨ ٤ ٨ ٤ ٨ اذا نقصنا منها اربعة وربعا وهو ان ٨ نضعف
واما العمل بالوجه الثاني من نقص الصحاح والكسور الذي يقوله المنصف فهو اذا ما كان العدد المطلق
الاول في موضعه ونترك الجزء على حاله ثم نضعف العدد المطلق ما كان هو المراد فان كان نصفا
فرضنا نصف منه واحدا الذي زوجا ونضعفه من كله ونزيد نصفا الحاصل على الاجزاء فيكون نصفا
للواحد لان نصفناه من العدد المطلق مثاله اردنا ان نضعف ستة وربعا فنضعها هكذا ٦ ٤ نضعف
اولا الاربعة التي هي الامثال لان نضعفها لان يضعف الامثال يكون نصيب الجزء فنضعف الستة
مثاليها فيحصل على هذا الرسم ٣ فان اردنا ان نضعف الثلاثة والامر مرة اخرى نضعف
الامثال في موضعه ونضعف ٨ الثلاثة التي هي عدد المطلق واحدا الذي اسار نصفه في
موضعه يبقى واحدا ونزيد نصف الامثال اذ هو هو ثمانية على الواحد الذي هو الجزء يصير

يصير لكل الواحد الذي نصفا ثم مثل هكذا ١ وهو واحد وسبعة اجزاء من ستة عشر جزءا من الصحيح وهو نصف وثمن وهو المراد والفرق من الزيادة والنقصان التي هي الجمع والتفريق والتضعيف والتنصيف في الصحاح والكسور المطلقة هي زيادة الاعداد الصحيحة فهذا وسائر العمل في هذا داخل في ذلك الباب الرابع في ضرب الصحيح والكسور في الصحيح والكسور العمل به ان نجعل العدد الصحيح فنضربه في اصل الكسور الذي معه ونزيد عليه الجزء المكون الصحيح والكسور فصار لهذا او ... اصلها الثاني ما حصل نضرب احدهما في الآخر ونقسم الخارج من الضرب على ما يحصل من ضرب احد الاصلين في الآخر فما حصل فهو المراد مثاله اردنا ان نضرب ... ستة وربعا في اربعة وثلث فنضعها هكذا ٦ ٤ ٣ نضرب ... اصل احدهما في اصل الآخر اربعة في ثلاثة يكون اثنا عشر هذا الجزء المقسوم عليه ٤ ١ ونضرب الاربعة التي هي اصل الربع في ستة التي هي العدد المطلق ونزيد عليه الجزء يكون خمسة وعشرين ربعا ونضرب الثلاثة في الاربعة ونزيد عليه الجزء يكون ١٣ ثلثا ونضرب احدهما في الآخر يبلغ ٢٥ ٣ ١٣ نقسم هذا على الجزء يكون ٢٧ ١ فهو سبعة وعشرون صحاحا وواحد من اثنا عشر وهو نصف سدس وحينما قلنا في ١ هذه المقالة نجعل العدد الكبر الذي جنس ذلك الكسر الذي معه ما نعني به ان نضرب اصل الكسور في العدد المطلق ونزيد عليه الجزء وقد مثلنا في المقالة الاولى ان الضرب ينقسم ستة اقسام وبينا كل قسم منها في تلك المقالة وكل قسم لغيره في المقالة الثانية وكل قسم ثالث في هذا الكتاب في ... ضروب من الصحاح والكسور وتليق بهذه المقالة الاولى من هذه الثلاث الباقية هو ضرب الصحيح في الصحيح والكسور والعمل به ان نجعل الصحيح والكسور الى جنس الكسر الذي معه ونضربه في العدد الصحيح المفرد ونقسمه على الاصل الذي للكسور فما بلغ فهو المراد مثاله اردنا ان نضرب خمسة في ثلاثة وربع نضعها هكذا ٥ ٣ ٤ نجعل الثلاثة والربع ارباعا بان نضرب الاربعة في الثلاثة ونزيد عليه واحدا يكون ١٣ ثم نضربه في خمسة يبلغ خمسة وستين ثم نقسم هذا على الاربعة التي هي اصل الكسور يخرج هكذا ١٦ ١ ٤ وهو ستة عشر وربع وهو ما حصل من ضرب خمسة في ثلاثة وربع وهو المراد واما النوع الثاني من الثلاثة الباقية فهو ضرب الصحيح في الكسور والعمل به ان نضرب اجزاء الكسور في العدد الصحيح ونقسمه على اصل الكسور فما كان فهو المراد مثاله اردنا ان نضرب ستة في نصف وربع ٦ ٣ ٤ نضرب الجزء وهو ثلاثة في العدد الصحيح تكون ثمانية عشر نقسم هذا على اربعة التي هي اصل الكسور يخرج من القسمة هكذا ٤ ٢ وهو اربعة ونصف الذي خرج من ضرب الستة في الثلاثة ارباع واما النوع الثالث من الثلاثة وهو ضرب ... الصحيح والكسور في الكسور والعمل به ان نضرب الاجزاء من الكسور ... المبلغ على المقسوم ... ثم نجعل الصحيح والكسور الى جنس الكسر الذي معه ونضربه في جزء ... ونقسمه على المضروب مثاله اردنا ان نضرب اربعة ونصفا في ثلثين فنضعها هكذا ٤ ٢ ٣ ٢ نضرب اجزاء الاصلين في الآخر يكون ستة نحفظها للجزء المقسوم عليه ثم نجعل

الحسم ...

يحصل اربعة وامثالها انما تكون ستة وتضرب الستة في اثنى [illegible] الذي هو جزء الكسر المردود
يخرج ثمانية عشر نقسم هذا على الستة التي هي الجزء المقسوم عليه يخرج من القسم ثلاثة وهو المراد
الباب الخامس في نسبة الصحيح والكسور على الكسور والعمل به ان نحصل كل واحد من المقسوم
والمقسوم عليه الى جنس الكسر الذي معه بعد ان نحله ضرب المخارج ان وجب ونقسم المقسوم على المقسوم
عليه فما خرج فهو المراد مثاله اذا اردنا ان نقسم خمسة عشر وثلثا على اربعة ونصف وضعناهما هكذا
وعملنا به ضرب المخارج فتكون ٤٦ فنحصل كل واحد منهما بحصل المطلوب
١٥ ٤ المقسوم ٩٢ والمقسوم ٣ عليه ٢٧ نقسم ٩٢ على ٢٧ يحصل
٣ ٢ هكذا ٣ ٠ وهو ثلاثة ٦ واحدى عشر من سبعة وعشرين
جزء من واحد ١ | ١ وقد قلنا في المقالة الاولى ان القسمة تنقسم ستة اقسام
وربما على قسم منها في المقالة الاولى وقسم ثاني في المقالة الثانية وقسم ثالث في هذه المقالة
ونبين منه اقسام انواع من القسمة فهي في الصحاح والكسور وهي تليق بهذه المقالة النوع الاول من الستة
الثانية وهي قسمة الصحيح على الكسور والعمل به ان نضرب اصل الكسور في العدد المطلق ونقسمه
على جزء الكسر مثاله نريد ان نقسم اثنا عشر على ثلث ١ ١٢ فنضرب ثلاثة التي هي اصل الثلث
في اثنا عشر تكون ستة وثلثين ونقسم هذا على الواحد ٣ الذي هو الجزء تكون ستة وثلثين
وهو ما نصيب المراد اذا كان الثلث الواحد اثنا عشر واما النوع الثاني منها فهو قسمة الكسور على
الصحيح والعمل به ان نضرب العدد المطلق في اصل الكسور ونقسم جزء الكسور مثاله اردنا
ان نقسم الربع على ستة هكذا ٦ ٠ نضرب اربعة في ستة تكون اربعة وعشرين نقسم
الواحد وهو الجزء فيكون واحد ١ من اربعة وعشرين على هذه الصورة ١ ٤ ٢
واما النوع الثالث منها فهو قسمة الصحيح والكسور على الكسور والعمل به ان نحصل الصحيح والكسور
الى جنس الكسور الذي معه ونقسم المبلغ على جزء الكسور بعد ان نعمل به ضرب المخارج مثاله نريد ان نقسم
ثلاثة وربعا على نصف فتكون هكذا ٤ ٣ نحصل الصحيح الى جنس الكسر الذي معه فيكون
ستة وعشرين نقسم هذا على اربعة ٨ ٢ التي هي جزء الكسور فيخرج من القسمة ستة ونصف
وهو المراد واما النوع الرابع منها فهو قسمة الكسور على الصحيح والكسور والعمل به ان نحصل
الصحيح والكسور الى جنس الكسور وبعد ان نضرب المخارج ونقسم جزء الكسر مثاله
اردنا ان نقسم الثلث على اربعة وربع فيكون بعد ضرب المخارج هكذا ٣ ٤
ونحصل الصحيح والكسور الى جنس الكسر فيكون احد وخمسين نقسم عليه الذي ١٢ ١ ٢ ١
التي هي جزء الكسر فيحصل هكذا ٤ ٣ واما النوع الخامس منها فهو قسمة الصحيح على الصحيح
والكسور والعمل به ان نحصل الصحيح والكسور الى جنس الكسر الذي معه ونحفظه
ونضرب اصل الكسر في العدد الصحيح المطلق ونقسم ما اجتمع من الضرب على المحفوظ فما حصل
فهو المراد مثاله نريد ان نقسم ثمانية على واحد وربع فنحصل الواحد وربع اربعة فالذي هو جزء
٣٣ ٨ ١ ونضرب الاربعة التي هي الاصل في ثمانية التي هي العدد المطلق يكون
٤ نقسم هذا على خمسة فيخرج ستة واثنان من خمسة وهو هكذا ٦ ٢ ٥

وهو المراد واما النوع السادس منها وهو قسمة الصحيح والمكسور على الصحيح والعمل به ان تجعل الصحيح والمكسور الى جنس كسره وتحفظه وتضرب اصل الكسر في العدد الصحيح وتنسب منه المحفوظ مثاله اردنا ان نقسم ثلاثة ونصفا على خمسة هكذا ٣ نضرب ثلاثة في اثنين ونزيد عليه واحد يكون سبعة ونضرب خمسة في اثنين يكون عشرة ننسب سبعة من عشرة هكذا ٧ وهو نصف وخمس وهو المراد الباب ٢ السادس

في انواع جذر الصحاح والكسور والعمل به ان ناخذ اصل الكسور اولا ونحفظه للجزء المقسوم عليه ونجعل الصحيح مع الكسور الى جنس الكسر الذي معه وناخذ جذر المبلغ ونقسمه على المحفوظ مثاله اردنا جذر ثلثين وربعا هكذا ناخذ جذر الاصل يكون اثنين نحفظه للجزء ونجعل الصحيح والكسور الى جنس الكسر يكون (٢١) ناخذ جذره يكون اثنا عشر نقسمها على المحفوظ نخرج هذا وهو الجذر الباب السابع في

اخراج كعب الصحاح والكسور ان ناخذ كعب ٢ الكسور التي تكون مع الصحاح ونحفظه للجزء ونجعل الصحاح والكسور الى جنس الكسر الذي معه وناخذ كعبه ونقسم هذا الكعب على الذي حفظناه مثاله نريد كعب ثلاث وثلاثة اثمان هكذا ناخذ كعب الاصل وهو ثمانية يكون اثنين نحفظه للجزء نجعل العدد على جنسه ٨ نسمع ونزيد عليه الكسر يكون سبعة وعشرين ناخذ كعبه يكون ثلاث نقسمها على المحفوظ نخرج من القسم واحد ونصف وتم المقالة الثالثة بهذا الباب المقالة الرابعة من كتاب المقنع

في العمل بالدرج والدقائق وهي ابواب الباب الاول في وضع البروج والدقائق وما بعدها عمل ابواب هذه المقالة هو عمل المقالة الثانية من هذا الحساب سوا وهو العمل بالصحاح والكسور الا ان كسور هذه المقالة من صحاح واصل واصول كسور وجميع كسور هذه المقالة اجزاء من كبير واحد وهو السنون لان المنجمين قسموا دائرة الفلك التي هي اثنا عشر برجا برجا ثلثمائة وستين قسموا كل برج منها ثلثين قسما درجة وقسموا كل درجة ستين دقيقة وكل دقيقة ستين قسما كل قسم منها ثانية وعلى هذا المثال الى ما اراد من الثوالث والروابع والخوامس الى العواشر وما بعدها تكون كل درجة ستين دقيقة وكل دقيقة ستين ثانية وكل ثانية ستين ثالثة الى اخره ما اراد الرادوا ان يستعملوا البروج والدقائق والثواني الى ما لا نهاية وضعوا اولا الدرج في المرتبة الاعلى الى الامام في موضعه والعرات في موضعه وتحت الدرج دقائق وتحت الدقائق ثواني وتحت الثواني ثوالث فان لا شي في مرتبة من المراتب وضعوا في مكانها صفرا اصفارا لحفظ المراتب وعلى هذا القياس تكون اول المراتب الدرج والثانية الدقائق والثالثة الثواني والرابعة للثوالث وعلى هذا القياس مثاله اردنا ان نضع خمسة عشر درجة وثلاث واربعين دقيقة وثلاثين ثانية نضعها هكذا ١٥ وعلى هذا اربعة وعشرين درجة وخمس عشر دقيقة وثمانية وعشرين ثالثة ٢٤ الدرج دون الدرج والدقائق من موضعها والاصفار موضع الثواني والثوالث من موضعها مانا

مانا كانت لسورها ولا يجز معها درج ومعنا مكان الدرج صفرا ونضع الاول مواضعها فان كان ك
لست عشر دقيقة وعشرون ثالثة فنضعها هكذا ك و ١ وعلى هذا القياس سائرها
وحساب اعمال الزيجات مبنية على هذا يستعملون الصحاح والكسور اصحاب النجوم ما بع ١ . ١
ان الادوار يستعوا ولهذا قلنا يستعون ولهذا صار هكذا ١ ع اعنى واحدا وعشرين ٢ ٠
من عند اصحاب المعاملات يستعون دون الدرج ثلاثة لان الثلاثة اول عدد يقع منه الثلث ٥ ١ ٠
في التسعة والمخرج لا يستعون لما اعتبرن شيئا ثم متفقون على ان العمل الاستيقال
تكرير الكسور عندهم وعلى هذا واحدا وربع هكذا ١ ٠ وثلاثة عشر ونصف وعشر هكذا
ثلاثة عشر مع الصحاح واثنا عشر ونصف ونعني اثنا عشر من بسط ونصف
١٣ الباب الثاني في زيادة الدرج والدقائق بعضها على بعض
١٢ احدها وعلى هذا القياس
هذا انما يكون على وجهين احدهما ان يكون درج ودقائق وثواني وما بعدها تريد ان
تزيدها على درج ودقائق وثواني لتعلم المبلغ من جميعها ويسمى الجمع والثاني ان يكون درج ودقائق
وثواني ونحو ذلك تريد ان تضعفها مرة او مرتين او مرات كم شئنا ويسمى التضعيف
وعمل الجمع هو ان نضع مراتب المراد عليها وتحتها وان الجاهل ان المراد كل جنس بازا
جنسه نضع الدرج بازا الدرج والدقائق بازا الدقائق وكذلك سائر المراتب الى حيث كانت
وتبتدي باول المراتب واكثرها ونزيد المراد عليه على المراد عليه كل جنس على جنسه وكل مرتبة
نزيد على السطر نضع الزيادة في موضعها ونزيد السطر واحدا على المرتبة التي قبلها فوقها ان
كل ستين من مرتبة يكون واحدا من المرتبة التي فوقها وكل واحد يكون في مرتبة من المراتب
يكون ستين في المرتبة التي تحتها لان كل درجة ستين دقيقة وكل دقيقة ستين ثانية وكذلك الى
ما لا نهاية له وكذلك كل ستين ثانية تكون دقيقة واحدة وكل ستين دقيقة تكون درجة واحدة
مثاله نريد ان نزيد تسع درجات وثلاثة وثلاثين دقيقة وسبعة واربعين ثانية على اثني عشر درجة
وخمسة وعشرين دقيقة وثلاثة وثلثين ثانية فنضعهما ١٢ ٥ ٧ سطرا الزيادة
ونزيد سبعة على اثني عشر يصير تسعة عشر ١٤ ٣ ٣ وثلاثة لخمس ثلاثين
من الدقائق على واحد ... من الدقائق فيكون ٣ ٣ ٣ ٤ ٧ اربعة وثلاثة على
خمسة تكون ثانية ونزيد الاربعة من الثواني على الثلاثة من الثواني يكون سبعة نضعها مكانه
بقي واحد نضع الواحد مكان الثلاثة ونزيد واحدا على الدقائق يصير لحادها السبعة ونزيد
سبعة من الثواني على ثلاثة من الثواني يصير عشرة فنضع مكانها صفرا ونزيد واحدا على
عشرين فحصل هكذا ٢ ١ وهي سبعة درجة وستة وابعة دقيقة وعشرون
ثانية واما العمل ٤ ٢ ١ بالقسم الثاني من الزيادة وهو التضعيف فهو ان
نبتدئ باول المراتب واكثرها فنضعفها في مواضعها وكذلك سائر المراتب
من الدرج والدقائق وما تحتها كلما زادت مرتبة على الستين وضعنا الزيادة
في موضعها وزدنا الى مكانه واحدا للستين على المراتب التي فوقها الى ان يفرغ من العمل
مثاله نريد ان نضعف الثلاثة عشر درجة وخمسة واربعين دقيقة والتسعة عشر

ثابته فنضعها على هذا الرسم ١٣ م نضعف الواحد الذي هو الكثير من الدرج في موضعه تصير اثنين ولنضعفها ايضا ٤ ٥ ٢ م تصير سته ونضعف الاربع من الدقائق ثمانية فلذلك كانت خط ثمانية ونزيد واحدا ٩ ١ على الثلاثة فيصير اعداد الدرج سبعه ونضع اثنين مكانه الاربعه ونضعف الخمسه تكون عشره ونضع مكانها صفرا ونزيد واحدا على عدد التسعة فيصير عددها ثلاثه ونضعف الواحد من الثواني مكانه يكون اثنين ونضعف التسعه يكون ثمانية عشر ونفعل كما في هذه الصورة ٢٧ وهو سبعه وعشرين درجه وثلثين دقيقه وثمانية عشر ثانيه وهي على هذا ٠ ٣ القياس سائرها الباب الثالث في نقصان الدرج والدقائق بعضها من بعض ٣٨ هذا الباب على ضربين احدهما ان يكون مختلف من الدرج والدقائق وما بعدها ونريد ان ننقص بعضها من بعض من الدرج والدقائق وما بعدها مثل الثاني ويسمى النقصان المفرق والثاني ان يكون من جنس واحد من هذا الجنس ونريد ان ننقصها مرة او مرتين او ويسمى التنصيف فاما الباب الاول فوجهه ان نضع المراتب من الدرج والدقائق وما بعدها المنقوص والمنقوص منه وننقص المنقوص من المنقوص منه كل جنس من جنسه الدرج من الدرج الى اخر المراتب فان لم يكن للمنقوص منه مثل المنقوص فيما في المرتبة التي فوقها واحدا ممكن حكم المراتب التي ننقص منه ما الذي ونزيد الباقي على ما بقي من السنين على المرتبة المنقوص منه مثاله نريد ان ننقص من اثنين وعشرين درجة

من مراتب عددها ٢٨	ننقصها منها ٢٦	٠٧ م	ننقص سبعه من ١٨
من ثمانيه ٢٣	١٢	١٨	واحد من الدقائق ٤٨
ونضع ثمانيه مكانه ٣٤	٤٥ م	٤٨	وننقص ثمانيه من اثنين

وهذا لا يمكن ان ننقص من المرتبة التي فوقها من الدرج واحدا ونضع مكانه صفرا ونضم الواحد ثمن ستين ننقص منها ثمانيه يبقى اثنين ونضع ما فوق الدقائق من ننقص الخمسه من الواحد من الاربعه وهذا ايضا لا يمكن نأخذ من المرتبة التي فوق الثواني واحدا ونزيد ستين ننقص منه وستين ونحن نزيده على عشره التي للثواني تكون ... وننقص ثمانيه من عشره وهذا لا يمكن ننقصه من عشرات واحدا وننقص ستة ان يبقى اثنان ونزيده على احاد الثواني تكون تسعه كما في هذا الرسم ٢٠ فاما الباب الثاني منها وهو التنصيف فوجه ان نبدا من اعلى المراتب ٣ ٤ ونأخذها وننقصها في مواضعها ان كان زوجا وان كان فردا ننقص منها ٢ ٣ واحدا للعدد الباقي زوجا ننقصها ونضع نصفها الثلثين ... ان كان الفرد في احد المراتب الاخرى وان كان الفرد في المرتبة الوسطى في المرتبة التي تحتها من مرتبة اخرى نزيد الثلثين على المرتبة التي تحتها مثاله نريد ان ننقص هذه المراتب ١٢ نبدا ننقص الثمانية تكون اربعه ونضع للاربعه التي عشرات الثواني ١٥ فلذلك اثنين وننقص الخمسه التي من الدقائق فان ننقص منها واحد ٨ ٣ م وننقص الاربعه تكون اثنين ننقصه من الخمسه ونزيد الثلثين التي هي نصف الواحد المنقوص على عشرات

من مسرات المرتبة التي تحتها من عشر ... تضعف مسرات الدوانق وهي ستة واحدا تكون
تحته نزيدها على احادها تكون ستة ونصف ... الدوانق فكانه سمي على هذا الرسم ٦ ٠ وعلى
هذا القياس ما بعدها الباب الرابع في ضرب الدرج والدوانق بعضها في بعض ٠ ١٧
والعامل في الضرب بيناه في المقالة الاولى من هذا الكتاب وكذلك ... ٣ ٤
والاكسور في المقالة الثالثة وعمل ضرب الدرج والدوانق وما فوقها سنبينه كما مثلنا في
اول هذه المقالة بانا اردنا ان نضرب درجا ودوانق في مثلها او غيرهما ... نضع كل واحد من
المضروب في كل واحد من المضروب فيه كما رسمنا في اول هذه المقالة بان نبتدي بالاعلى
ونحطها الى الدوانق ونحطها التوالي ونحطها التوالي الى حيث رسمنا ونحط بينهما احدا
لنحصل كل واحد من المضروب والمضروب فيه الى جنسه الكسر الاخير الذي
الى ان نضرب الدرج في ستين فيصير دقائق ونزيد عليه الدقائق ونضرب الدقائق
في ستين لتكون ثواني ونزيد عليه الثواني ثم نضربه في ستين لتصير ثوالث وعلى هذا الى
خمسين او ستين وهكذا نعمل بالمضروب فيه ثم نضرب احد المبلغين في الاخر كما بينا في الكتاب
الصحاح فما بلغ من الضرب نقسمه على ستين وما بقي دون الستين نحفظه ثم نقسم ما خرج من القسم
على ستين ايضا ونحفظ الباقي ونضعه فوق الذي حفظناه وعلى هذا الى ان نخرج من
القسم اقل من ستين وان لم يبق شيء نضع فوق الذي حفظناه صفرا ليحفظ المرتبة
مثاله اردنا ان نضرب اربع درجات وعشرين دقيقة وعشر ثوان في
ست درجات وعشرين دقيقة وثلاث عشرة ثانية نضعهما هكذا ٤ ٠ ٦
٢٠ ٢
ونحصل كل واحد من المضروب والمضروب فيه الى جنس المرتبة الاخيرة ١٥ ١٣ ٢٠ ١٣
وهي الثواني فيحصل على ما هذه الصورة ٢٥ ٣ ١٥ ٠ ثم نضرب احد
المبلغين في الاخر فيحصل على هذه الرسم ٣ ١٣ ٨ ٢٢ ١٥ ١٦ ٠ ١٤ ٩ ثم نقسم هذا
على ستين ... وما خرج من القسمة ... فيكون ... على ستين ...
... ونقسم ما خرج من القسمة ايضا على ستين ونحفظ ... ونقسم الخارج
من القسمة على الستين ... وخرج من القسمة ٢٦ وهو لعل من الستين ...
بعضها الى بعض فظهر هذا بعمل ... الدرج اذا ضرب في اي جنس كان من الاكسور ...
تلك المرتبة ... كالدرج اذا ضرب في الدرج فان الخارج يكون درجا والدرج في
الدقيقة دقيقة والدرج في الثانية ثانية وعلى هذا الرسم واما الاكسور فنعرض لها
مرتبة الواحد ولفظ ... التوالي ... اتبعناه على هذا ثم العامل من ضرب
عدد من عدد بمجموع اللفظين ... الدقائق من الدوانق ... مجموع الواحد والواحد والتوالي
في الثواني ... ما ... في الروابع ... الباب الخامس في قسمة
الدرج والدوانق وغيرهما من الاكسور بعضها على بعض اما قسمة الدرج والدوانق
وما دونها بعضها على بعض فانا نضع المقسوم والمقسوم عليه كما بينا في الصحاح
فما خرج من القسمة ... فهو المراد مثاله نريد ان نقسم
خمسة عشر درجة وثلاث عشرة دقيقة على اربع درجات وعشرين دقيقة ونضعهما

مضا م | ١ م ٤ ٢ ا تجعل كل واحد منهما مما يحصل على هذه الصورة ٣ ١ ٩ م نقسم
٢٠ | ٣ ١ | اربعة عشر على الاول فيخرج من القسمة هذا ٣ ونبقى ٢ ٦٠
٣ ٣ ١ ضربناها في نفسها مرة اخرى وقسمناها على المقسوم عليه فحصل هكذا ٢ ٠
ونبقي ١٨ اماذا ضربناها في الربع وقسمناها على ما قسمنا اولا وكونا بنا كان الخارج من القسمة
اعشار ودقائق والقسمة بالمثل الاول والي هذا الخارج من القسمة ٣ وهي ثلاث
درجات وثلث درجة ونصف سدس درجة الخارج للصور ودرجة ٣٠
اثنو ومن عادة المحسوبين ان يجعلوها واحدا ان كان الباقي اعشر من النصف وحلسه
واسقطوه ان كان اقل منه وان كان نصفه سواء مع بالاحصار ا منا وان نسقطه وان
شاوا اسقطوه واما الفاصل من القسمة اعلم ان الحاصل من القسمة كل جنس على جنسه
كالدرج اذا قسم على الدرج كان الحاصل الخارج درجا وعن الدقائق على الدقائق
والثواني على الثواني وما بعدها على هذا القياس والحاصل من قسمة الاعلى على الادنى مرفوع
اي مقسوم من انعرضها ما بين لفظة الاعلى والادنى وكالحاصل من قسمة الدرج على الدقائق
مرفوع مرة ما اذا ضربناها في ستين كانت درجا لسقطا والدرج على الثواني مرفوع مرتين
ماذا ضربناها في ستين مرة اخرى كانت درجا ماذا ضربناها في ستين اضربنا ضربناها في ستين مرة اخرى كانت درجا
لسيطا والدقائق على الثوالث مرفوع مرتين والدقائق على الروابع مرفوع ثلاث
مرات وعلى هذا القياس سائرها واما الحاصل من قسمة الادنى على الاعلى كمسور لفظه
بين الاعلى والادنى كالدقائق على الدرج دقائق والثواني على الدقائق ثواني والخوامس
على الثواني ثوالث والخوامس على السوادس روابع وعلى هذا القياس كلما يرد من هذا
الباب الباب السادس في جذر الدرج والدقائق وتمادي بعده من الكسور
ما ما تحصل المراتب الى جنس الاعلى ان كان لفظه الكسور زوجا احذا جذره كالثواني
والروابع والسوادس وما بعدها وان كان فردا ضربناها في الستين مرة اخرى
لتصل الى كسر لفظه زوج وتستخرج جذره هاهنا في المثال لان الكسور التي لفظها
فرد لا يكون جذرها مما لو اردنا ان نستخرج جذر ستة وعشرين [illegible]
درجة وسبعة عشر دقيقة فضعها هكذا ٢ ٦ فحصلها دقائق فحصل ٧ ١ ١
لان هذا دقائق وان لفظ الدقائق فرد لا يكون ٧ له جذرا فضربناها في الستين
اخرى فحصلها ثواني وهذا الرسم ٢٠ ٦ ٤ ٩ وهي ثواني وتستخرج جذرها فحصل
هكذا ٣ ٠ ٢ وهي خمس درجات وتسعة دقائق تقريبا للتقريب وهي الجذر بالتقريب
واما الحاصل من جذر الدرج درج ومن جذر الكسور نصف ذلك الكسر كجذر
الثواني دقائق والروابع ثواني وجذر السوادس ثوالث على هذا القياس سائرها
ومن يريد الجذر ان يحصل الجذر الى الكسور الرفيعة كالروابع والسوادس والثوامن
والعواشر لتصحيح جذره ومن يريد تصحيحها ان تستخرج الجذر بالاصفار وتعلم
اسم اخر الاعداد بالاصفار هو ان يقع تلك المرتبة وتقديم قبله اصفارا باعدادها
هيها كما بين الاصفار الكسرات اذ يرا دف م تستخرج جذره الحاصل للامتحان

فالميزان يعزل المراتب الحاصل من الجذر نعود بقيمة الاصفار للذي به وما بقي منها
من الجذر يضرب المراتب المعزوله في الستين ويعزل نعود بضعف الاصفار
وما بقي هو كسور الجذر يضرب المراتب المعزوله ايضا في الستين ويعزل من مراتب
المبلغ نعود بضعف الاصفار المتقدمه وما بقي هو كسور الكسور ويعمل كذلك الا ان يضرب
المراتب المعزوله التي عزلناها اصفارا امثال ذلك اذا اردنا ان نستخرج جذر سبعه عشر
درجه فنقدم قبله اربعه اصفار لنخرج جذره مكونا ١٢ ١ ٣ ٥ ٢ ٢
ولان الاصفار المقدمه اربعه عزلنا عن هذا الجذر مرتبتين ١١ دقيقه
اربعه وهي جذر الجذر ونضرب مرتبتين اثنا عشر في ٦٠ يبلغ ٧٢٠ ٧
عزلنا منه مرتبتين وبقي ٧ وهي دقائق ضربنا المرتبتين المعزولتين ايضا
في الستين يبلغ ٠٠ ثم عزلنا منه مرتبتين وبقي ١٢ وهي ثوان فحصل هكذا ٤ ١٢
ولو كانت الاصفار المقدمه سته تخرج الجذر بالثوالث ولو كان ثمانيه
خرج بالروابع ولهذا العمل ميزان يسمى رد الجذر الى اصله للامتحان وعلته ان ١٢
يجعل ما خرج من الجذر الى الكسر الاصغر الذي معه ونضربه في موضع ثم نضرب العدد
المحفوظه الباقيه من المال المجذور ونضربه في الستين ونعزل من مراتبه بعدد مراتب
الاصفار كلها ونزيد الباقي على الدقائق ونضرب المراتب المعزوله ايضا في الستين
ونستبقيهما بعدد مراتب الاصفار ونزيد الثواني على الثواني ونضرب المعزوله ايضا في
الستين ونحذفهما مرتين كل الاصفار ونزيد الباقي على الثوالث الا ان يضرب المراتب المعزوله
كلها اصفارا وتصير الكسور الجميع الصحاح كلها ايضا اصفارا كما له في التعداد
المقدمه ويحصل الدرجات وما في الكسور الى الثواني ونضربها في مثلها ونقسمها على الستين
فيحصل على هذا الرسم ١٢ ثم نضرب المراتب المعزوله المحفوظه في ستين فيكون ١٢ ٣ ٤ ٨
نعزل منها ٥٨ بعدد الاصفار كلها يبقى ٣ نزيد على الدقائق لتصير ٢١
٢٧ المراتب المعزوله ايضا في الستين فكان ٦٠٠ ٢١ ثم نعزل
٣٩ ونضرب ٥٠ ونزيده على الثواني لتصير ٤٩ ونضرب
منها بعدد الاصفار كلها يبقى ٣ ثم ونزيده على الثواني لتصير ٤٩ ونضرب
المراتب المعزوله ايضا في الستين تخرج ٩٦٠٠٠ ونعزل منه بعدد الاصفار
نزيدها على الثوالث ٤٩ نضرب المراتب المعزوله في الستين تخرج ٦٠٠٠٠ ١٠٦
نعزل منه بعدد الاصفار كلها يبقى ٦ نزيده على الروابع فيكون صوره
المراتب هكذا ١٦ ما ازدنا على الروابع التي هي اربعه وعشرين ونلقي
نصف ٦٠ ويكون ٤٩ والمراتب التي فوقه وهو ٨٩ وعلى كلها فوقها الى الانتهاء
ونضرب مراتب ١٨ الكسور كلها اصفارا ونزيد الواحد على الربع لتصير
سبعه عشر درجه ٠٦ مثال في الاول هذا على صحه العمل ١١ الباب السابع في الكعب
الجذر والدقائق وما بعدهما من الكسور والحاصل من الكعب ما ...

556

ان نستخرج كعب الدرج والدرايق وغيرهما مثلما [illegible] فالدور الى جنس الكسر الاخير
ثم نستخرج كعبه كما بيناه في السبب ان كانت الكسور من الاجناس التي تكون لها كعوب
فان لم تكن الكسور من الاجناس التي [illegible] الكعب ضربناها في [illegible] مرة او مرتين
الى الدور الى جنس [illegible] والدور التي لها كعب هي الثوالث والسوادس والتواسع
وعلى هذا النسق [illegible] على [illegible] في باب ضرب
الدرج والدرايق وقسمتها وجذورها [illegible] الى [illegible]
لها فاعرف [illegible] الكعب [illegible] من الصور والاعمال [illegible]
من الكعب فان كعب الدرج [illegible] وكعب الثوالث دقايق وكعب السوادس ثواني وعلى
هذا فقس هذا اخر الكتاب والله اعلم

بخش چهارم

شرحی دربارهٔ شکل قطاع

۷۰ـ دربخش دوم کتاب‌حاضر[۱] «کتاب‌الاشباع‌فی‌شرح‌الشکل‌القطاع» تألیف نسوی ونسخه‌های خطی موجود آن را معرفی ومنتخبی ازمقدمهٔ آن را به‌فارسی نقل‌کردیم ویك مسالهٔ هندسی از آن را مورد بررسی قرار دادیم[۲].

مقصود از «شکل قطاع[۳]» در ریاضیات دورهٔ اسلامی دوچیز است:

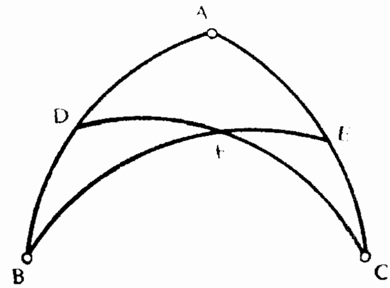
اولاً «شکل قطاع» شکلی است هندسی‌که یا از تقاطع چهار خط راست‌که دو بدو یکدیگر را قطع‌کنند پدید می‌آید و آن را «شکل قطاع

۱ ـ شمارهای ۱۳ تا ۱۶ کتاب حاضر.

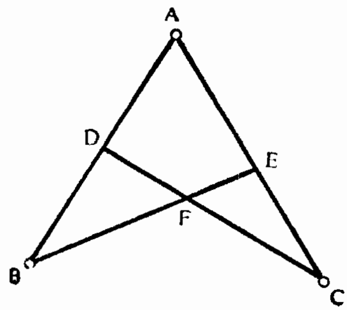
۲ـ شمارهٔ ۱۷ کتاب حاضر.

۳ ـ دربیشتر کتابهای تاریخ ریاضیات که‌به زبانهای اروپائی نوشته شده اصطلاح «قطاع» به‌فتح اول و تشدید دوم ضبط شده است (مثلاً اسمیث H، ج۲ ص۶۰۹ - کانتور V، ج ۱ ص ۷۷۹وغیره). اما گاهی نیز آن را به‌کسر اول و تخفیف دوم (مثلاً یوشکویچ G ، ص۳۰۵). ویا به‌ضم اول و تخفیف دوم (مثلاً التفهیم عربی، ص۲۳) ثبت‌کرده‌اند. این‌اصطلاح را به‌لاتینی *figura alkata* ترجمه‌کرده‌اند (کانتور V ، ج ۱ ص ۷۳۶).

سطحی » می‌نامند . ویا از تقاطع دایره‌های عظیمه برسطح کره پدید می‌آید و آن را «قطاع کروی[1]» ویابه‌طور خلاصه «قطّاع» می‌نامند.



«قطّاع سطحی»



«قطّاع کروی»

ثانیاً «شکل قطاع» قضیه‌ای است[2] که درمورد شکلهای فوق به‌صورت زیر بیان می‌شود :

$$\frac{CE}{AE}=\frac{CF}{DF}\times\frac{DB}{AB}$$ (شکل قطاع سطحی)

$$\frac{\sin CE}{\sin AE}=\frac{\sin CF}{\sin DF}\times\frac{\sin DB}{\sin AB}$$ (شکل قطاع کروی)

« شکل قطاع» یکی از قضایای اساسی در علم مثلثات و نجوم دورهٔ اسلامی بوده و ریاضی‌دانان نامی این دوره دربارهٔ آن کتابها و رساله‌ها نوشته‌اند[3]. البته‌می‌دانیم که‌عده‌ای‌ازریاضی‌دانان‌ایرانی درقرن چهارم هجری هجری «شکل مغنی» یعنی رابطهٔ :

---

۱ ــ القطاع‌الکری .

۲ ــ در اینجا «شکل» به‌معنی «قضیه» به‌کار رفته است.

۳ ــ رجوع کنید به‌شمارهٔ کتاب حاضر

$$\frac{\sin a}{\sin A}=\frac{\sin b}{\sin B}=\frac{\sin c}{\sin C}$$

در مثلث کـروی را اختراع و آن را جـانشین «شکل قطـاع» کـردند[۱] . اما چون برای کسانی که بخواهند در تاریخ ریاضیات دورهٔ اسلامی تحقیق کنند اطلاع از این شکل و چگونگی بیان آن موردلزوم است اینک می‌پردازیم به‌بیان و شرح این قضیه. وچون شکل قطاع از کتاب « شکلهای کـروی[۲]» منلائوس (Menelaus) گرفته شده ، و اصل آن بـه صورت رابطهٔ بین وترها (ونه‌سینوسها) بیان شده، برای آنکه بتوانیم مطلب را با اصطلاحات وعلائم معمولی کنونی بیان کنیم و سوابق امر بهتر روشن شود چند مطلب را به‌عنوان مقدمه ذکر می کنیم.

۷۱ ـ وتر و جیب وسینوس ـ علم مثلثات در آغاز، به‌صورت محاسبهٔ وترهای دایره، در آثـار ابرخس (Hippachus) و بطلمیوس (Ptolemy) دانشمندان یونانی پیدا شد. آنان به‌تقلید از بابلیان دایره را بـه ۳۶۰ درجه تقسیم کرده و کسرهای شصتگانی درجه یعنی دقیقه و ثانیه وغیره را بـه‌کار می‌بردند . همچنین قطردایره را به ۱۲۰ قسمت‌متساوی تقسیم کرده هر قسمت را جزء می‌نامیدند و آن را برای محاسبهٔ وترهای همان دایره واحـد طـول می‌گرفتند[۳] وطول‌وترها رادر دستگاه شمار شصتگانی برحسب یکی از این اجزا حساب میکردند. مثلاً مقدار وتر روبروی قوس ۳۶ درجـه درآثـار

۱ ـ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص۱۲۵

۲ ـ کتاب مانالاؤس فی‌الاشکال‌الکریه (طوسی : تحریر مانالاؤس)

۳ ـ یعنی در واقع $\frac{۱}{۶۰}$ شعاع هر دایره را برای محاسبهٔ وترهای همان دایـره واحد طول می‌گرفتند .

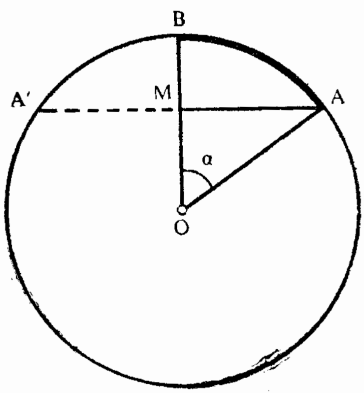
آنان تقریباً چنین نوشته می‌شد[1] :

$$\text{وتر}\ ۳۶^{\circ} = \overset{\text{جزء}}{۳۷}\quad ۴'\quad ۵۵''$$

یعنی وتر روبروی قوس ۳۶ درجه (= $\frac{۳۶}{۳۶۰}$ محیط دایـره) مساوی است با ۳۷ جزء (= $\frac{۳۷}{۶۰}$ شعاع دایره) به‌علاوهٔ $\frac{۴}{۶۰}$ یکی از ایـن اجـزا [= ($\frac{۱}{۶۰}$شعاع) $\frac{۴}{۶۰}$ = ۴دقیقه]به‌علاوهٔ $\frac{۵۵}{۳۶۰۰}$[= ($\frac{۱}{۶۰}$ شعاع) $\frac{۵۵}{(۶۰)^{۲}}$ = ۵۵ثانیه]

بنابراین یونانیان خطوط مثلثاتی یعنی جیب و جیب تمام و نسبتهای مثلثاتی یعنی سینوس و کسینوس وغیره را به‌کار نمی‌بردند .

ریاضی‌دانان‌دورهٔ اسلامی به‌تقلیداز‌هندیان، به‌جای وترقوس α، نصف وتر قوس مضاعف آن را به‌کار بستند و آن را جیب[2] نامیدند.



در شکل مقابل قــوس ABاز دایره‌راکه روبروی‌زاویهٔمرکزیα است درنظر گرفته از یك انتهای آن Aعمود AMرا بـر قطر OB، مار برانتهای دیگرقوسAB ،فرود می‌آوریم. و آن را امتداد میدهیم تا دایره را در نقطهٔ دیگر A'قطع کند .

---

۱ ــ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۷۲ کتاب حاضر .

۲ ــ دربارهٔ اصل هندی‌این‌کلمه رجوع کنید به‌مصاحب: حکیم خیام، ذیل‌صفحهٔ ۹۳ ــ قربانی : کاشانی‌نامه ، ص۱۲۸ ــ اسمیث H، ص۶۱۵ و۶۱۷ .

ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی پاره‌خط AM را جیب قوس AB می‌نامیدند. بنا براین جیب یك پاره خط است و جیب هرقوس مساوی است با نصف وتر مضاعف آن قوس .

اما آنچه امروزه سینوس α می‌نامیم پاره خط نیست بلکه یك نسبت ، یعنی یك عدد مطلق است و آن عبارت است از نسبت $\frac{AM}{OA}$ در شکل فوق. پس :

$$sin\alpha = \frac{\text{جیب}\,\alpha}{\text{شعاع دایره}}$$

وبه‌همین مناسبت است که شعاع دایره مثلثاتی را مساوی باواحدطول می‌گیریم تا $sin\alpha$ مساوی با اندازهٔ جبر $\overline{MA}$ شود .

چون ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی شعاع دایره را مساوی با ۶۰ واحد می‌گرفتند پس :

$$sin\alpha = \frac{\text{جیب}\ \alpha}{۶۰}$$

بنابراین :

$$sin\alpha = \frac{AM}{OA} = \frac{AA'}{\text{قطر دایره}} = \frac{\text{وتر روبروی مضاعف قوس}\ \alpha}{۱۲۰}$$

از آنچه گذشت معلوم میشود که هرجا نسبت بین وترها مورد بحث باشد می‌توان به‌جای (وتر روبروی ۲α) مقدار (جیب α) ویا مقدار ($sin\alpha$) راقرار داد .

۷۲ – فرق مابین درجهٔ قوس (یا زاویه) ودرجه در شمار شصتگانی–

این مطلب را نیزخاطرنشان‌می‌کنیم که در مثلثات $\frac{۱}{۳۶۰}$ محیط دایره رادرجه وکسرهای شصتگانی آن را دقیقه وثانیه وغیره می‌نامند . ازطرف دیگر در

دستگاه شمار شصتگانی یکان را گاهی جزء و گاهی نیز درجه مـی‌نـامند و کسرهای شصتگانی آن را دقیقه و ثانیه وغیره میخوانند .

اما نباید درجه و دقیقه وثانیه‌ای راکه برای انـدازه گیری قـوسها و زوایا به‌کار می‌رود با درجه و دقیقه و ثانیه‌ای‌که در دستگاه شمارشصتگانی استعمال می‌شود اشتباه کرد .

یك دقیقهٔ قوس یعنی قـوسی‌مساوی بـا $\frac{۱}{۳۶۰ \times ۶۰}$ محیط دایره و و این یك‌کمیت هندسی است . اما یك دقیقه در دستگـاه شمار شصتگانی یعنی $\frac{۱}{۶۰}$ واحد واین عددی‌است مطلق.

۷۳ – نسبت مؤلف– قدما شکل قطاع را چنانکه درشمارهٔ ۷۰دیدیم به وجهی بیان می کردندکه در آن یك نسبت مساوی‌با حاصل ضرب دونسبت دیگرمی‌شدوبه‌این ترتیب بـه‌تعریف نسبت مؤلف محتاج میشدنـد . نسبت مؤلف در نجوم دورهٔ اسلامی اهمیت داشت[۱] و بـه همین جهت عده‌ای از ریاضی‌دانان آن دوره، دربارهٔ آن نسبت، در آثار خود به‌بحث پرداخته یـا رسالات جداگانه‌ای در این‌باب نوشته‌اند. مثلاً نیریزی° در شرحی کـه بر «مجسطی» بطلمیوس نوشته وابوجعفرخازن° در « زیـج صفائح » ونیز در شرح مجسطی خود وهمچنین ابونصرعراق° در کتاب « تهذیب‌التعالیم» و بیرونی درکتاب « راشیکات الهند» دربارهٔ « نسبت مؤلف » بحث کرده‌اند. ونیز نسوی در «کتاب الاشباع» فصلی را به بحث درنسبت مؤلف تخصیص

۱ – بیرونی درکتاب « راشیکات‌الهند» ، نوشته است : « والنسبة المؤلفة من نسبتین‌هی‌التی‌لاتنفك عنهاحسابات‌الجیوب لقسمی‌الشکل‌القطاع»← بیرونی: راشیکات، ص ۶ .

داده است[۱] .

از طرف دیگر ثابت‌بن‌قره* «کتاب‌الی‌المتعلمین فی‌النسبة المؤلفه» را دربارهٔ تألیف نسبت نوشته و از این‌کتاب یك نسخهٔ خطی در کتابخانه‌ـ سرای در استانبول موجود است[۲] .

سجزی* نیز در این باره «کتاب‌النسبةالمؤلفه»رانوشته که نسخهٔ خطی آن در دست است[۳] .

تعریف ــ نسبت مؤلف یعنی نسبتی که از حاصل‌ضرب دو نسبت دیگر تألیف شده باشد . مثل

$$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\times\frac{e}{f} \qquad (1)$$

و آن را قدماچنین بیان می‌کردند: نسبت a به b تألیف شده است از نسبت c به d واز نسبت e به f [۴]. وگاهی‌نیز می‌گفتند:نسبت a بـه b مثل نسبت c است‌به d مثناة‌به نسبت e به f [۵] .

«مؤلف» یعنی «بهم‌کرده[۶]» و در اینجا مراد از کلمهٔ «تألیف» اضافـه کردن لفظ دو کسراست به‌یکدیگر.مثلاً نسبت $\frac{1}{6}$ مؤلف‌است‌ازدو نسبت $\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{3}$ و می‌توان‌گفت‌که $\frac{1}{6}$ مساوی با نصف ثلث (یا ثلث نصف) است.

---

۱ ــ رجوع کنید به مقدمهٔ کتاب « مقالید علم الهیئة » (بیرونی : مقالید) ــ و بیرونی: راشیکات، ص۴ ــ ونیز به شمارهٔ ۱۴ کتاب حاضر .

۲ ــ رجوع کنید به کراوزه S ، ص ۴۵۴ .

۳ ــ رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص۲۵۶ شمارهٔ ۴.

۴ ـ رجوع کنید به طوسی : تحریرمانالاوس ، ص ۷۶ .

۵ ــ رجوع کنید به بیرونی: راشیکات ، ص۴ ــ سجزی: شکل‌القطاع، ص۶

۶ ــ التفهیم‌فارسی ، ص ۲۳ .

رابطهٔ (۱) را می‌توان به صورت زیر نوشت :

$$a \times d \times f = b \times c \times e \qquad (۲)$$

وهرگاه این رابطه برقرار باشد می‌توان از روی آن هجده نسبت مؤلف به‌دست آورد[۱]. زیرا اگر مثلاً a را ازسمت چپ رابطهٔ (۲) صورت و b را ازسمت راست آن مخرج قرار دهیم نسبت $\frac{a}{b}$ را به دو وجه‌می‌توان تألیف‌کرد :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \times \frac{e}{f} \qquad و \qquad \frac{a}{b} = \frac{c}{f} \times \frac{e}{d}$$

همچنین می‌توان a را ازسمت چپ رابطهٔ (۲) و c یا e را از سمت راست آن‌گرفت وهریك ازنسبتهای $\frac{a}{c}$ و $\frac{a}{e}$ را به‌دو وجه (مانند فوق) تألیف‌کرد :

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \times \frac{e}{f} \quad و \quad \frac{a}{e} = \frac{c}{d} \times \frac{b}{f}$$

$$و \qquad \frac{a}{c} = \frac{e}{d} \times \frac{b}{f} \quad و \quad \frac{a}{e} = \frac{c}{f} \times \frac{b}{d}$$

به‌این‌ترتیب دیده‌می‌شود که‌اگر a را صورت ویکی ازحروف سمت راست رابطهٔ (۲) را مخرج قرار دهیم شش نسبت تألیف می‌توان کرد . بنابراین اگر هریك از عاملهای سمت چپ رابطهٔ(۲) را جداگانه به‌عاملهای سمت راست آن نسبت دهیم نه نسبت به‌دست می‌آیدکه هر یك از آنها را به دو وجه می‌توان تألیف‌کرد . پس رویهمرفته هجده نسبت حاصل‌میشود.

و این در صورتی است‌که عاملهای سمت چپ رابطهٔ (۱) را همواره

---

۱ ــ رجوع‌کنید به‌بیرونی : راشیکات، ص۷ به‌بعد و طوسی: تحریر مانالاؤس ص ۷۵ .

صورت قرار دهیم. و اگر عکس نسبتها را در نظر بگیریم سی وشش نسبت حاصل خواهد شد .

۷۴ ــ کتاب منلاٸوس در شکلهای کروی ــ چنانکه دیدیم ، مقصوداز « شکل قطاع » همان قضیهٔ معروف منلاٸوس° (*Ménélaūs*) یعنی قضیهٔ اول ازمقالهٔ سوم « کتاب مانالاؤس فی الاشکال الکریه » (*Sphaerica*) است.

این کتاب در سه مقاله است و منلاٸوس آن را در حدود یك قرن بعد از میلاد نوشت و نخستین بار توسط اسحاق بن حنین° از یونانی به عربی ترجمه شد .

اصل یونانی کتاب مذکور ازبین رفته ولی ترجمهٔ آن به زبان عربی موجود است و از روی آن به عبری و لاتینی و غیره ترجمه شده است . نصیرالدین طوسی° در سال ۶۶۳ هجری این کتاب را تحریر کرد و این تحریر در ۱۳۵۹ هجری در حیدرآباد دکن درجزو « رسائل نهگانهٔ[1] » طوسی به‌چاپ رسید[2].

طوسی° در مقدمهٔ این تحریر نوشته است که میخواسته کتابهای موسوم به «متوسطات» یعنی کتابهایی راکه دانشجویان علوم ریاضی باید بعد از کتاب «اصول اقلیدس» وپیش از کتاب «مجسطی بطلمیوس» بخوانند تحریر کند ووقتی به کتاب منلاٸوس درشکلهای کروی رسیده ازآن نسخه‌های خطی مختلف یافته واصلاحاتی راکه بعضی از ریاضی‌دانان مانند ماهانی° و ابوالفضل هروی° وجز آنها درآن کتاب به‌عمل آورده بوده‌اند ناتمام و یا نادرست یافته است. تا اینکه اصلاحی راکه ابونصر عراق° درآن کتاب

---

۱ ــ «الرسائل التسع» چاپ حیدرآباد دکن .

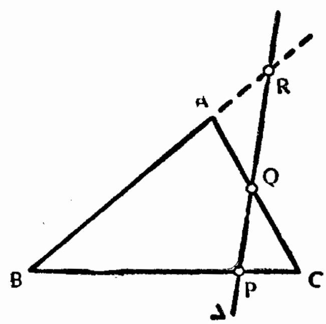
۲ــ طوسی: تحریرمانالاؤس.

کرده بود[1] به‌دست آورده و آنچه را می‌خواسته در آن یافته و آن را تحریر کرده است .

در اروپا Bjórnbo در سال ۱۹۰۲ میلادی محتویات کتاب منلائوس را به وجهی کامل، با استفاده از ترجمه‌های لاتینی و نسخهٔ عربی کتاب اصلاح منلائوس تألیف ابونصر عراق* ، منتشر ساخت .

۷۵ ــ شکل قطّاع سطحی ــ شکل قطاع سطحی یعنی قضیهٔ منلائوس در مورد مثلث مسطح در کتابهای هندسهٔ کنونی چنین بیان میشود[2]:

قضیه ـ هرگاه خط راستی اضلاع BC و CA و AB از مثلث ABC یا امتداد آنها را به ترتیب در نقاط P و Q و R قطع کند رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود[3]:



$$\frac{PB}{PC} \times \frac{QC}{QA} \times \frac{RA}{RB} = ۱$$

و نیز می‌توان رابطهٔ فوق را بصورت زیر نوشت :

۱ ــ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان، ص ۲۲۶ شمارهٔ ۳

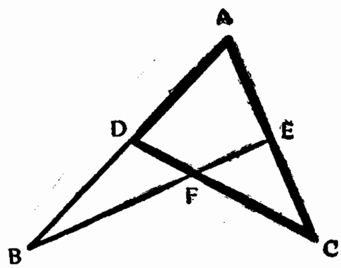
۲ ــ مثلاً رجوع کنید به کتاب «نه مقالهٔ هندسه» تألیف صفاری ــ قربانی، بخش اول ، صفحه ۳۲۴ .

۳ ــ برای آنکه به‌آسانی بتوانیم سه کسر طرف چپ تساوی فوق را به‌خاطر آوریم کافی است توجه کنیم که در صورت و مخرج هر کسر اسم یکی از نقاط تقاطع قاطع با اضلاع مثلث هست ولی اسم هر رأس مثلث درصورت یك کسر ودرمخرج کسر دیگری قرار دارد و بعلاوه اسم رأسی که در مخرج هر کسر هست درصورت کسر طرف راست خودش نیز وجود دارد .

$$PB \times QC \times RA = PC \times QA \times RB$$

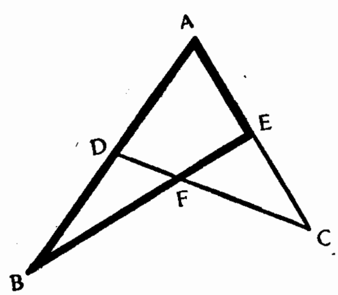
وگفت: هرگاه خط راستی اضلاع مثلثی را قطع کرده هریك ازآنهارا به دوپاره خط اضافی یا نقصانی[1] تقسیم کند، حاصل ضرب سه‌پاره خطی که نقطهٔ مشترك ندارند مساوی است باحاصل ضرب سه‌پاره خط دیگر.

به طور کلی هرگاه چهار خط راست دوبدو یکدیگر را قطع کنند چهار مثلث پدید می‌آید. می‌توان یکی از این مثلثها راکه از تقاطع سه خط پدید می‌آید در نظرگرفت و اضلاع آن را با خط چهارم قطع شده فرض کرد و رابطهٔ منلائوس را نوشت:



از مثلث ACD و قاطع BFE حاصل میشود:

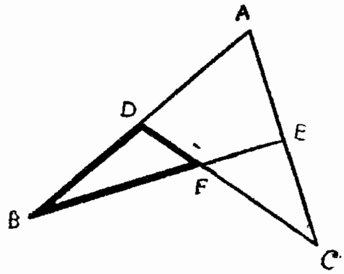
$$\frac{BA}{BD} \times \frac{FD}{FC} \times \frac{EC}{EA} = ۱$$



همچنین از مثلث ABE وقاطع CFD حاصل می‌شود:

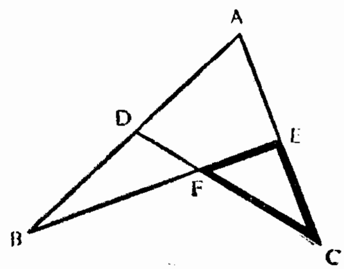
$$\frac{CA}{DE} \times \frac{FE}{FB} \times \frac{DB}{DA} = ۱$$

۱ــ مثلاً اگر درشکل فوق اضلاع مثلث ACD با قاطع BFE قطع شده باشد اضلاع AC و CD به پاره خطهای اضافی وضلع AD به پاره خطهای نقصانی (AB و AD) تقسیم شده‌اند.



و نیز از مثلث BDF و قاطع AEC حاصل می‌شود:

$$\frac{AD}{AB}\times\frac{EB}{EF}\times\frac{CF}{CD}=۱$$



و بالاخره از مثلث CEF و قاطع ADB حاصل می‌شود:

$$\frac{AC}{AE}\times\frac{BE}{BF}\times\frac{DF}{DC}=۱$$

***

قدما مثلاً رابطهٔ اخیر را به‌صورت زیر می‌نوشتند:

$$\frac{AC}{AE}=\frac{BF}{BE}\times\frac{DC}{DF}$$

و می‌گفتند که نسبت $\frac{AC}{AE}$ مؤلف است از نسبت $\frac{BF}{BE}$ و نسبت $\frac{DC}{DF}$.

و همچنین در شکل اخیر نسبت $\frac{EC}{EA}$ راحالتی جداگانه می‌گرفتند. وچون از روابط فوق می‌توان نسبتهای مؤلف مختلف نتیجه گرفت[1] برای برهان قضیه حالتهای متفاوت تمیز می‌دادند.

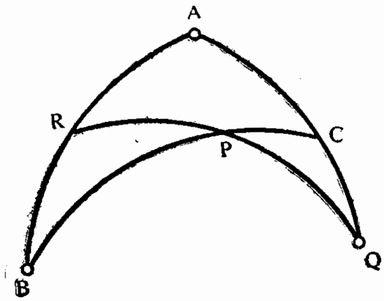
۷۶ ــ شکل قطاع کروی ــ شکل قطاع کروی، یعنی قضیهٔ منلاذوس

---

۱ ــ رجوع کنید به شمارهٔ ۷۳ کتاب حاضر.

در مثلث کروی[1] با علائم و اصطلاحات کنونی چنین بیان میشود.

قضیه ــ اگر برسطح کره ، دایـرهٔ عظیمه‌ای اضلاع BC و CA و AB از مثلث کروی ABC یا امتداد آنها را به تـرتیب در نقاط P و Q و R قطع کند رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود[2] :



$$\frac{\sin PB}{\sin PC} \times \frac{\sin QC}{\sin QA} \times \frac{\sin RA}{\sin RB} = 1$$

ونیزمیتوان رابطهٔ فوق‌را به‌صورت زیر نوشت :

$$\sin PB \times \sin QC \times \sin RA = \sin PC \times \sin QA \times \sin RB$$

و گفت: هـرگاه برسطح کـره اضلاع یك مثلث کروی را دایـرهٔ عظیمه‌ای قطع کرده هریك از آنها را به دوقوس اضافی یا نقصانی تقسیم کند حـاصل ضرب سینوسهای سه قوس که نقطهٔ مشترك ندارنـد مساوی است بـا حاصل ضرب سینوسهای سه قوس دیگر .

چنانکه گفتیم قدما این رابطه را مثلاً به‌صورت زیر می‌نوشتند :

$$\frac{\sin PB}{\sin PC} = \frac{\sin QA}{\sin QC} \times \frac{\sin RB}{\sin RA}$$

و مـی‌گفتند کـه نسبت طـرف چپ مـؤلف است از دو نسبت طـرف راست[3] . وبرای اثبات صحت این رابطه به‌دلایلی که در مورد شکـل قطاع

۱ ــ مثلث کروی یعنی مثلثی که اضلاع آن قوسهای دوایر عظیمه از کره باشند .

۲ ــ رجوع کنید به یادداشت شمارهٔ ۳ صفحهٔ ۱۵۶ .

۳ ــ رجوع کنید به شمارهٔ ۷۳ کتاب حاضر .

سطحی گفتیم حالات مختلف تمیز می‌دادند[۱].

چون در این رابطه شش مقدار وجود دارد قدما آن راگاهی « قانون شش مقدار[۲] » می‌نامیدند.

منلائوس* در کتاب«شکلهای کروی» شرط کرده است که باید هریك از قوسهای فوق کوچکتر از نیمدایره‌باشند. ولی ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی این شرط را غالباً در نظر نمی‌گرفتند و قضیه را در حالت کلی ثابت می‌کردند[۳] .

***

چون ممکن است کسانی باشندکه بخواهند بدانندکه « شکل‌قطاع کروی » در کتابهای ریاضی قدیمی چگونه بیان می‌شده است اینك قضیهٔ مذکور را ازکتاب «تلخیص مجسطی» تألیف‌عبدالملك شیرازی* که‌ترجمهٔ فارسی آن را قطب‌الدین شیرازی* درکتاب « درة‌التاج » آورده است با با تصحیحات لازم در اینجا نقل می‌کنیم[۴] :

چون رسم کنیم‌بربسیط (= سطح) کره قوسهای اب و اج و واقع شود بریشان (قوسهای) ه ب و ج‌د و این قسی از دوایر عظام‌باشد، وهر یك از آنها اقل ازنصف‌دایره باشد ، نسبت جیب قوس جه به‌جیب قوس ها مؤلف

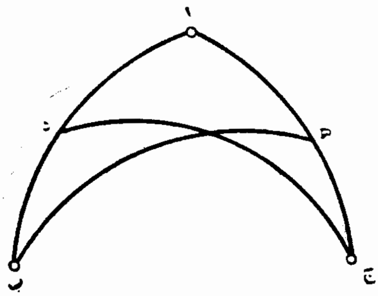
---

۱ ــ رجوع کنید به‌صفحهٔ ۱۵۸ کتاب حاضر.

۲ ــ به‌لاتینی *regula sex quantitatum*.

۳ ــ رجوع کنید به طوسی: تحریرمانالاؤس، ص ۷۲ .

۴ ــ درة‌التاج، بخش‌دوم، ص۱۸و۱۹(متأسفانه قسمت ریاضی‌کتاب درة‌التاج چاپ تهران به‌اندازه‌ای مغلوط به‌چاپ رسیده که استفاده ازآن بسیار مشکل‌است).

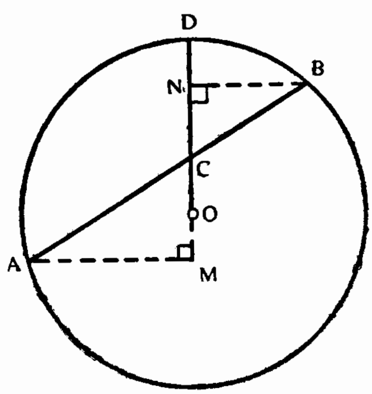


باشد از نسبت جیب قـوس ج ز بـه جیب قـوس دز و از نسبت جیب قوس دب بـه جیب قوس ب ا .

***

منلائوس* برای اثبات شکل قطاع ابتدا دوقضیهٔ مقدمـاتی زیـر را ثابت کرده است[۱] . وما، به‌عنوان نمونه برای مورد استعمال «نصف وتـر قوس مضاعف » (جیب) که در شمارهٔ ۷۱ بیان کردیم، برهان این‌دوقضیه را در اینجا می‌آوریم .

قضیهٔ‌اول ــ اگر در دایـره‌ای وتر AB شعاع OD را در نقطهٔ C قطع کند، رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود.



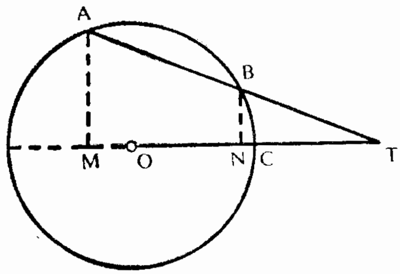
$$\frac{AC}{CB}=\frac{\sin AD}{\sin DB}$$

۱ ــ برای اثبات قضیهٔ منلائوس در مثلث کروی رجوع کنید به هیث H ، ج۲ ص ۲۶۶ .

برهان ــ اگر از نقاط A و B عمودهای AM و BN را بر خط راست OD فرود آوریم داریم :

$$\frac{AC}{CB}=\frac{AM}{BN}=\frac{\text{نصف وتر قوس مضاعف } AD}{\text{نصف وتر قوس مضاعف } DB}=\frac{\sin\widehat{AD}}{\sin\widehat{DB}}$$

قضیهٔ دوم ــ اگر در دایره‌ای امتداد وتر AB امتداد شعاع OC را در نقطهٔ T قطع کند رابطهٔ زیر برقرار خواهد بود :



$$\frac{AT}{BT}=\frac{\sin AC}{\sin BC}$$

برهان ــ اگر از نقاط A و B عمودهای AM و BN را برخط راست OC فرود آوریم داریم :

$$\frac{AT}{TB}=\frac{AM}{BN}=\frac{\text{نصف وتر قوس مضاعف } AC}{\text{نصف وتر قوس مضاعف } BC}=\frac{\sin AC}{\sin BC}$$

۷۷ ــ آثار ریاضی‌دانان دورهٔ اسلامی دربارهٔ شکل قطاع ــ به‌مناسبت اهمیتی که شکل قطاع کروی در هیئت و نجوم قدیم داشت عده‌ای از ریاضی‌دانان بزرگ دورهٔ اسلامی در آثار خود و در تفسیرهائی که بر کتاب «مجسطی» نوشتند فصلی را به‌بحث دربارهٔ این شکل تخصیص دادند و عده‌ای دیگر کتابهائی جداگانه دربارهٔ آن نوشتند .

بعضی از کتابهائی که به خصوص در بارهٔ شکل قطاع نوشته شده عبارتند از :

الف ــ القول (کتاب) فی‌الشکل الملقب بالقطاع، تألیف ثابت بن قره*. نسخه‌های خطی متعدد از این کتاب موجود است[۱].

ب ــ رسالة فی‌الشکل القطاع، تألیف ابوسعید سجزی* و این رساله به‌چاپ رسیده است[۲].

ج و د ــ بیرونی در مقدمهٔ کتاب « مقالید علم‌الهیئة » از دو نفر دیگر که کتاب یا رساله‌ای دربارهٔ شکل قطاع نوشته بوده‌اند نام برده است و آن دونفر عبارتند از ابن‌البغدادی[۳] و سلیمان‌بن عصمة*.

ه ــ مقاله فی‌نقل خواص‌الشکل‌القطاع الی ما یغنی عنه ــ بیرونی در فهرست آثار خود از این مقاله که در بیست ورقه بوده نام برده است. علاوه‌براین بیرونی بابهای نهم ودهم از مقالهٔ سوم کتاب «قانون مسعودی» را به‌بحث دربارهٔ «شکل‌القطاع الکری» تخصیص داده[۴] ودر کتاب « مقالید علم‌الهیئة » نیز دربارهٔ شکل مذکور بحث کرده است[۵].

و ــ کتاب الاشباع فی‌شرح‌الشکل‌القطاع، تألیف طوسی که آن را در شمارهٔ ۱۳ تا ۱۷ کتاب حاضر معرفی کردیم.

ز ــ از همهٔ اینها جامعتر ومفصلتر کتاب « کشف‌القناع عن اسرار شکل

---

۱ ــ رجوع کنید به بروکلمان G_1، ص ۲۴۳ ــ کراوزه S، ص۴۵۵.

۲ ــ رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص۲۵۶ و ۲۶۷ (م۱) .

۳ ــ ظاهراً مقصود ابوعبدالله حسن‌بن محمدبن حمله معروف به ابن‌البغدادی است که رسالهٔ «فی‌المقادیر المشترکة والمتباینة» وی درحیدرآباد دکن‌در جزو«الرسائل المتفرقة فی‌الهیئة » به‌چاپ رسیده است .

۴ ــ بیرونی : قانون ، ج ۱ ص ۳۵۴ به بعد .

۵ ــ بیرونی : مقالید ، برگ ۱۶۹ به بعد.

القطاع » تألیف نصیرالدین‌طوسی* است [۱] که ابتدا آن را به زبان فارسی نوشت وبعداً خود آن را به عربی برگرداند. متن عربی این کتاب باترجمهٔ فرانسوی‌آن در سال ۱۸۹۱ توسط الکساندر پاشاکاراتئودری در قسطنطنیه به‌چاپ رسیده وعلاوه براین نسخه‌های خطی متعدد از آن درایران ودرخارج از ایران در دست است [۲].

۱ ــ طوسی : شکل‌القطاع .

۲ ــ رجوع کنید به بروکلمان G_1 ، ص۶۷۴ ش۳۲وبروکلمان S_1 ، ص۹۳۰ــ فهرست دانشکدهٔ ادبیات، مجموعهٔ امام جمعه، ص ۴۲.

بخش پنجم

خلاصهٔ کتاب مأخوذات

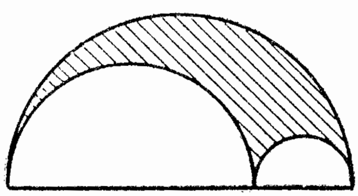
۷۸ ـ در بخش دوم کتاب حاضر (شماره‌های ۱۸و۱۹) مطالبی در بارهٔ تفسیری که نسوی بر کتاب « مأخوذات » ارشمیدس* نوشته است بیان کردیم و ترجمهٔ فارسی مقدمهٔ آن را آوردیم و گفتیم که کتاب مأخوذات را ثابت‌بن قره* از یونانی به‌عربی نقل کرده و ابوسهل کوهی* و نسوی آن را تفسیر کرده‌اند و نصیرالدین‌طوسی* تفسیر نسوی را تحریر کرده است . اینك کتاب مذکوررا اجمالاً معرفی وقضایای آن را با اصطلاحاتی که امروزه متداول است و با افزودن برخی ملاحظات بیان‌می کنیم .

۷۹ ـ اصل یونانی کتاب «مأخوذات» ازبین رفته وهمان ترجمهٔعربی آن باقی مانده است که بعدها از روی آن به زبانهای دیگر نیز ترجمه شده است . این مطلب جالب توجه است که نسوی در تفسیر « مأخوذات » از آثاری از ارشمیدس* گفتگو به میان‌آورده که همهٔ آنها ازبین رفته و دلیلی هم در دست نیست که ارشمیدس* چنین آثاری به‌وجود آورده باشد . این

آثار عبارتند از : تفسیر فی‌جملة‌القول فی‌المثلثات[۱] ـ قول فی‌الاشکال ذوات الاضلاع الاربعه[۲] ـ فی‌الاشکال القائمة الزوایا[۳] .

۸۰ ـ به‌عقیدهٔ هیث اینکه کتاب مأخوذات به صورت فعلی آن توسط خود ارشمیدس تألیف شده باشد مورد تردید است. ممکن است دانشمند یونانی دیگری بعد از ارشمیدس قضایای موجود در آن کتاب را برای تشریح مطالب کتاب قدیمی دیگری جمع آوری کرده باشد[۴]. از طرف دیگر بعضی از قضایای کتاب مأخوذات (شکلهای[۵] چهارم و پنجم و ششم و هشتم و چهاردهم) به‌حدی بدیع و جالب توجه هستند که امکان اینکه اصل آنها از ارشمیدس باشد بعید نیست[۶] .

در قضایای چهارم و پنجم و ششم شکلی مورد بحث است که آن را به یونانی اربلوس[۷] نامیده‌اند و آن عبارت است از سطح محصور بین سه نیمدایره که مطابق با شکل مقابل دو به دو باهم مماس هستند.



۱ ـ طوسی تحریر مأخوذات ، ص۲و۶و۷و۹ .

۲ ـ همان کتاب ، ص۲و۱۴ .

۳ ـ همان کتاب ، ص۲و۴ .

۴ ـ هیث A ص $XXXII$

۵ ـ شکل = قضیه یا مسأله (= *Proposition*)

۶ ـ هیث H ، ج۲ ص ۱۰۱

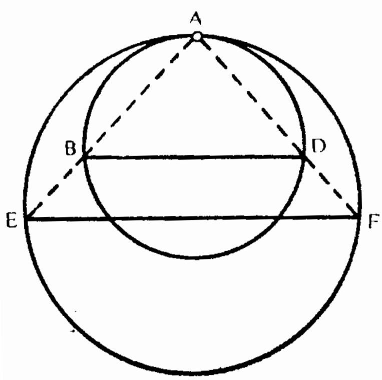
۷ ـ *Arbelos* = گزنه (یعنی آلتی که کفاشان برای بریدن و تراشیدن چرم به‌کار می‌برند .)

قضیهٔ پنجم، که در متن کتاب « مأخوذات » در حالت خاصی ازشکل بیان شده است، چنانکه خواهیم دید، توسط ابوسهل کوهی[○] ریاضی‌دان ایرانی تعمیم داده شده است .

قضیهٔ هشتم از حیث رابطه‌ای که با مسألهٔ « تثلیث زاویه » دارد مهم است .

قضیهٔ چهاردهم دربارهٔ شکلی است که آن‌را به‌یونانی سالینون[۱] نامیده‌اند وبدیع و جالب توجه است .

پانزده شکل (قضیه یا مسأله) کتاب مأخوذات به‌شرح زیر است[۲].



۸۱ – شکل اول (قضیه) – اگر دو دایره در نقطهٔ A با هم مماس باشند و دو قطر BD و EF را در آن دو دایره به موازات یکدیگر رسم کنیم ، نقاط A و D و F (و همچنین نقاط A و B و E) بر یك استقامت خواهند بود.

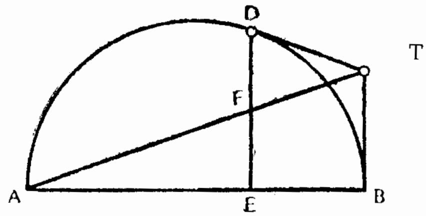
تبصره – درمتن کتاب « مأخوذات » این قضیه درحالت خاصی که دو قطر برشعاع مار برنقطهٔ تماس عمود باشند ذکر شده است . ولی میتوان آن را به‌صورت فوق تعمیم داد . این قضیه درحالتی که دو دایره متماس خارجی باشند نیز صحیح است .

---

۱ – دربارهٔ این اسم رجوع کنید به‌هیث A ، ص $XXXIII$ (یادداشت ذیل صفحه)

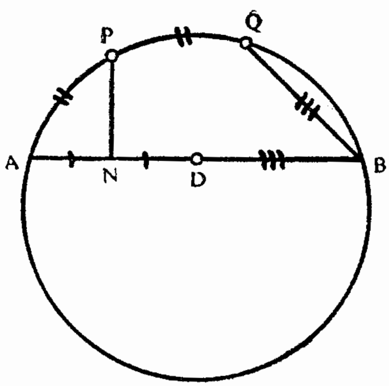
۲ – اثبات این قضایا را در کتابهای زیر خواهید یافت: الف (به‌عربی) در تحریر کتاب مأخوذات – ب (به‌انگلیسی) در هیث A ، صفحات ۳۰۱ تا ۳۱۸ .

۸۲ ـ شکل‌دوم (قضیه) ـ نیمدایره‌ای به قطر AB رسم کرده از نقطهٔ B یك مماس و از نقطهٔ دلخواه D واقع بر نیمدایره نیز یك مماس برآن رسم می‌کنیم، تا این دو مماس یکدیگر را درنقطهٔ T قطع کنند. اگر از نقطهٔ D عمود



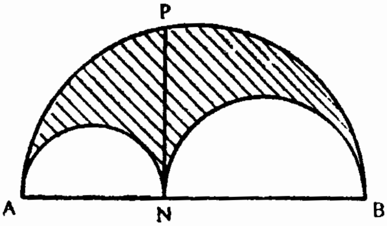
DE را برقطر AB فرود آوریم و فصل مشترك AT, DE را F بنامیم، پاره خطهای FE, DF با هم مساوی خواهند بود.

۸۳ ـ شکل‌سوم (قضیه) ـ اگر P نقطه‌ای متعلق به قوس AB از یك دایره باشد و از نقطهٔ P عمود PN را بر AB فرود آوریم و نقطهٔ D را روی وتر AB طوری اختیار کنیم که ND مساوی با AN باشد وقوس $\widehat{PQ}$ را مساوی با قوس $\widehat{PA}$ جدا کرده پاره خط QB را رسم کنیم، پاره خطهای BQ و BD باهم‌مساوی خواهند بود.



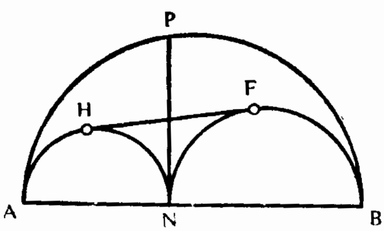
تبصره ـ باید قوس $\widehat{AP}$ از نصف قوس $\widehat{AB}$ کوچکتر باشد تا نقطهٔ Q روی قوس $\widehat{APB}$ واقع شود. اگرچنین نباشد باید به جای نقطهٔ A نقطهٔ B را در نظر بگیریم.

۸۴ ـ شکل چهارم (قضیه) ـ نیمدایره‌ای به‌قطر AB درنظر گرفته روی



قطر AB نقطهٔ دلخواه N را اختیار مـی‌کنیم و در داخـل نیمدایرهٔ مفروض دو نیمدایره به قطرهای BN, AN رسم می‌کنیم. شکلی‌را که به‌سه نیمدایرهٔ مرسوم محدود می‌شود به یونانی اربلوس (= گـزنـه[1]) نامیده‌اند. حال اگر از نقطهٔ N عمودی بر قطر AB اخراج کنیم تا نیمدایـرهٔ به‌قطر AB را در نقطهٔ P قطع کند، مساحت اربلوس مساوی است با مساحت دایرهٔ به‌قطر PN.

تبصره ــ اربـلوس خاصیتهای ساده دیگری نیز دارد کـه در کتاب « مأخوذات » ذکر نشده است.



از جمله :

الف ــ اگر مماس مشترك خارجی دونیمدایرهٔ داخلی‌را رسم کرده‌نقاط‌تماس‌را F,H بنامیم، دو پاره‌خط NP, HF با هم مساوی خواهند بود و یکدیگر را نصف خـواهند کرد.

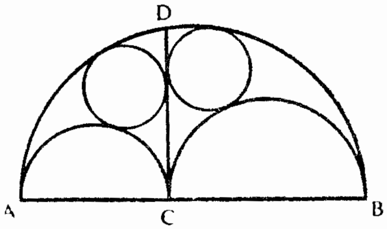
ب ــ خطوط راست PB,PA به ترتیب از نقاط F,H می‌گذرند.

ج ــ اربـلوس خاصیت جالب توجه‌دیگری دارد که پـاپوس «*Pappus*» آن را ثابت کرده است[2].

۱ــ رجوع کنید به‌شمارهٔ ۸۰ کتاب حاضر

۲ ــ رجوع کنید به : هیث A، ذیل صفحهٔ ۳۰۸ .

۸۵ ـ شکل پنجم (قضیه)ـ نیمدایرهٔ به‌قطر AB را در نظر می‌گیریم و نقطهٔ دلخواه C را روی آن اختیار کرده عمود CD را بر AB اخراج می‌کنیم تا نیمدایرهٔ مفروض را در نقطهٔ D قطع کند. و دو نیمدایره به‌قطرهای AC, BC در داخل نیمدایره



مفروض رسم می‌کنیم. اگر دو دایره رسم کنیم که هر دو هم با خط CD و هم با نیمدایرهٔ به‌قطر AB مماس باشند ویکی از آنها با دایرهٔ به قطر AC و دیگری با دایرهٔ به‌قطر BC نیز مماس باشد این دو دایره باهم مساوی خواهند بود.

۸۶ ـ تعمیم قضیهٔ پنجم توسط ابوسهل کوهی

قضیهٔ پنجم به وجهی که در فوق ذکر شد حالت خاصی از یك قضیه کلی است. در این حالت خاص نقطهٔ دلخواه C روی قطر AB فرض شده و و دو نیمدایرهٔ به قطرهای AC, BC با هم مماس هستند.

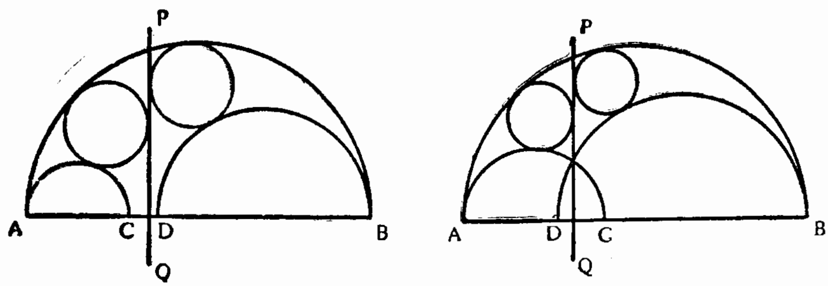
ابوسهل کوهی* ریاضی‌دان ایرانی در کتاب «تزیین کتاب مأخوذات» قضیهٔ فوق را تعمیم داده و در حالتهایی که به‌جای یك نقطهٔ C دو نقطهٔ D,C روی AB اختیار شود و دو نیمدایرهٔ به‌قطرهای AC, BD متقاطع یا متخارج باشند نیز قضیه را جداگانه ثابت کرده است[1].

می‌توان قضیهٔ پنجم کتاب «مأخوذات» و دو قضیهٔ کوهی را یك جا با اصطلاحات کنونی بصورت زیر خلاصه کرد:

نیمدایرهٔ به قطر AB را در نظرمی‌گیریم. ودو نقطهٔ D,C را روی قطر

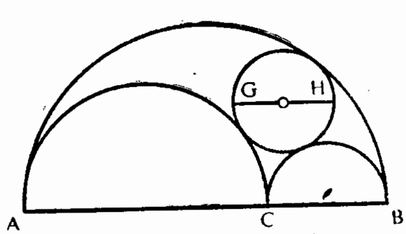
۱ ـ استدلال این دو قضیه یعنی تعمیم قضیهٔ پنجم کتاب مأخوذات را درطوسی: تحریر مأخوذات، صفحات ۷ تا ۹ خواهید یافت (به زبان عربی).

AB اختیار کرده دو نیمدایره به‌قطرهای AC, BD رسم‌می‌کنیم. و محوراصلی دو نیمدایرهٔ اخیر را PQمی‌نامیم. اگر دردوطرف خط راست PQدو دایره رسم‌کنیم که هر دو هم با خط PQوهم با نیمدایرهٔ به قطرAB مماس شوند و



یکی از آنها با نیمدایرهٔ به‌قطر AC ودیگری با نیمدایرهٔ به‌قطرBD مماس‌شود، این دو دایره باهم مساوی خواهند بود (درصورتی‌که مجموع $AC+BD$ از AB کوچکتر باشد دو نیمدایرهٔ به قطرهایAC, BD نقطهٔ مشترك نخواهند داشت ودرصورتی که $AC+BD$ ازAB بزرگتر باشد دو نیمدایره یکدیگر را در یك نقطه قطع خواهندکرد).

۸۷ ــ شکل ششم (مسأله) ـ نیمدایرهٔ به قطرAB را در نظر می‌گیریم و نقطهٔ C را روی‌قطرAB طوری اختیار می‌کنیم که $AC=\frac{۲}{۳}BC$ باشد و دو نیمدایره یکی به‌قطر AC و یکی به قطرBC در داخل نیمدایرهٔ مفروض رسم می‌کنیم. سپس دایره‌ای رسم می‌کنیم که با سه نیمدایرهٔ مرسوم‌مماس باشد وقطر آن را GH می‌نامیم. می‌خواهیم نسبت GH به AB را حساب‌کنیم.

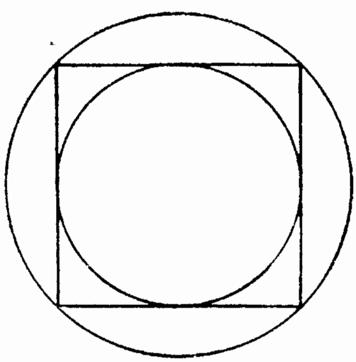


$$\left(\text{جواب: } \frac{GH}{AB}=\frac{6}{19}\right)$$

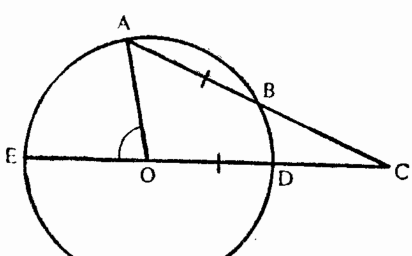
تبصره ــ در کتاب «مأخوذات» نسبت $\frac{AB}{BC}$ مساوی با $\frac{2}{3}$ اختیار شده است. اما می‌توان مسأله را تعمیم داد[1]. اگر $\frac{AB}{BC}=m$ باشد داریم

$$\frac{GH}{AB}=\frac{m}{1+m+m^2}$$

۸۸ ــ شکل هفتم «قضیه» ــ اگر دایره‌ای بریك مربع محیط ودایرهٔ دیگری درهمان‌مربع محاط‌باشد، مساحت دایرهٔ محیطی دو برابر مساحت دایرهٔ محاطی خواهد بود.



۸۹ ــ شکل هشتم (قضیه)ــ اگر AB وتر دلخواهی از دایرهٔ به مرکز O باشد و AB را به‌اندازهٔ BC مساوی با شعاع دایره امتداد دهیم ونقطهٔ C را به‌مرکزوصل‌کنیم تا دایره را درنقاط E,D قطع‌کند قوس $\widehat{AE}$ مساوی با سه برابرقوس $\widehat{BD}$ خواهد بود.

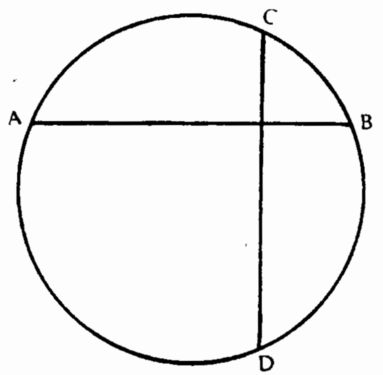


تبصره ــ این قضیه با مسألهٔ تثلیث زاویه بستگی دارد. زیرا زاویه C مساوی با ثلث زاویهٔ AOE است. فرض‌کنیم که بخواهیم قوس $\widehat{AE}$ و در

۱ ــ هبث A، ص ۳۰۸ .

نتیجه زاویهٔ AOE را به سه قسمت متساوی تقسیم کنیم و ED قطر دایره باشد. برای به‌دست آوردن قوسی که مساوی با یك‌سوم قوس $\widehat{AE}$ باشد کافی است از نقطهٔ A خط راستی رسم کنیم که دایره را در نقطهٔ B و امتداد ED را در نقطهٔ C قطع کند به قسمی که BC مساوی با شعاع دایره باشد وسپس از نقطهٔ O خطی به موازات AC رسم کنیم[1].

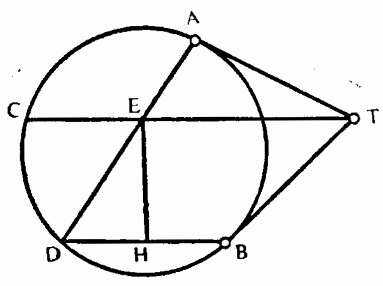
۹۰ ــ شکل نهم (قضیه) ــ اگر در یك دایره دو وتر CD, AB که از مرکز نمی‌گذرند برهم عمود باشند داریم :



$$\widehat{AD}+\widehat{CB}=\widehat{AC}+\widehat{DB}$$

تبصره ــ این مطلبی است بسیار ساده و از حیث اهمیت با قضایای دیگر قابل مقایسه نیست .

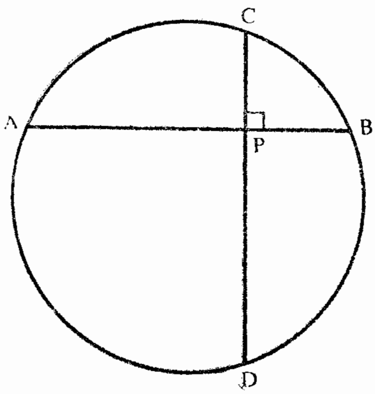
۹۱ ــ شکل دهم (قضیه) ــ اگر از نقطهٔ T واقع در خارج دایره‌ای دو مماس TA و TB و قاطع TC را برهمان دایره رسم کنیم، و از نقطهٔ B وتر BD را به موازات TC بکشیم، و فصل مشترك AD را با TC نقطهٔ E بنامیم، و از E عمود EH



۱ ــ برای بحث کاملتری دربارهٔ این موضوع رجوع کنید به فصل پنجم مقدمهٔ کتاب هیث A ، صفحهٔ CXI به بعد .

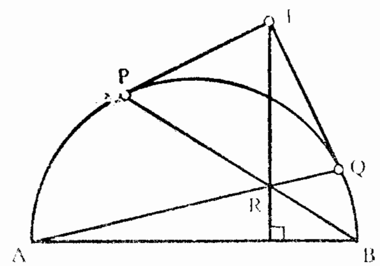
را بر BD فرود آوریم ، نقطهٔ H وسط پاره خط BD خواهد بود .

۹۲ ــ شکل یازدهم (قضیه) ــ اگر در دایره‌ای دو وتر AB و CD که ازمرکزنمی‌گذرند درنقطهٔ P برهم عمود باشند داریم :

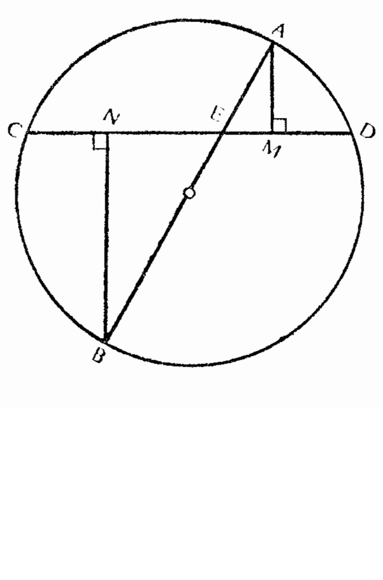


$$\overline{AP}^{۲}+\overline{BP}^{۲}+\overline{CP}^{۲}+\overline{DP}^{۲}=$$
(قطردایره)^{۲}

۹۳ ــ شکل دوازدهم (قضیه) ــ اگرازنقطهٔ T واقع درخارج نیمدایرهٔ بــه قطر AB دو مماس TP و TQ را برآن نیمدایره رسم کنیم و فصل مشترك AQ و BP را نقطهٔ R بنامیم TR بر AB عمود خواهد بود .



۹۴ــ شکل سیزدهم (قضیه)ــ اگردردایره‌ای قطر AB و وتــر CD یکدیگر رادرنقطهٔ E قطع کنند و عمودهای AM و BN را بــر CD فرود آوریم ، خواهیم داشت:

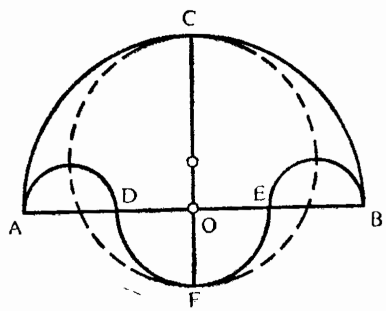


$$CN=DM$$

تبصره ــ اگر نقطهٔ E فصل مشترك قطــر AB و (امتداد) وتر

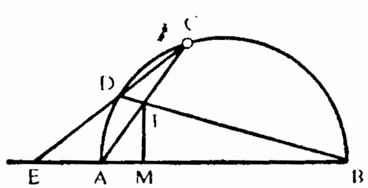
CD در خارج دایره واقع شود باز قضیه صحت دارد .

۹۵ – شکل چهاردهم (قضیه) – نیمدایره‌ای به مرکز O و به‌قطر AB در نظر گرفته دو پاره خط AD, BE را مساوی بایکدیگر و مطابق باشکل از روی قطر AB جدا می‌کنیم و دو نیمدایره به قطرهای AD, BE در داخل نیمدایرهٔ مفروض و یك نیمدایره به‌قطر DE درخارج نیمدایرهٔ



مفروض رسم می‌کنیم . یونانیان سطح محصور به چهار نیمدایرهٔ مرسوم را سالینون[1] نامیده‌اند . حکم قضیه این است: مساحت سالینون مساوی است بامساحت دایرهٔ به قطر CF.

۹۶ – شکل پانزدهم (قضیه) – نیمدایره‌ای به قطر AB درنظر گرفته وتر AC را مساوی با ضلع پنج ضلعی منتظم محاطی (در دایرهٔ به قطر AB) رسم می‌کنیم و وسط قوس AC را نقطه D می‌نامیم و CD را رسم می‌کنیم و امتداد می‌دهیم تا امتداد AB را در نقطهٔ E قطع کند و BD را رسم می‌کنیم تا AC را در نقطهٔ F قطع کند و از F عمود FM را بر AB فرود



می‌آوریم . در این‌صورت EM مساوی با شعاع دایره خواهد بود .

۱ – *Salinon* – دربارهٔ وجه تسمیهٔ این شکل رجوع کنید به‌هیث A، ص $XXXIII$

تبصره ـ می‌توان ثابت کرد که DE مساوی با شعاع نیمدایره و DC مساوی با ضلع ده ضلعی منتظم محاطی (در دایرهٔ به قطر AB) است و بنابراین EC در نقطهٔ D به نسبت ذات وسط و طرفین تقسیم می‌شود یعنی:

$$\frac{EC}{ED}=\frac{ED}{DC}$$

ضمیمه

زندگینامه

فهرست الفبائی نام و نشان ریاضی‌دانانی که اسامی آنان به اختصار در کتاب حاضر آمده و برخی از منابع[1] که برای کسب اطلاع دربارهٔ آنان مفید است.

ابن‌البغدادی = ابوعبدالله، حسن بن محمد بن حمله معروف به ابن‌البغدادی

(شرح احوال وی را در هیچیك از منابع معتبری که در اختیاردارم نیافتم). بیرونی در کتاب «مقالید علم‌الهیئة» نام وی را به‌طور خلاصه «ابن‌البغدادی» و در جزو ریاضی دانان محدث و همردیف باسلیمان بن عصمة و ابوسعید سجزی آورده و از این رو معلوم می‌شود که وی معاصر با بیرونی بوده و یا کمی قبل از وی می‌زیسته است. کتاب «فی‌المقادیر المشترکة والمتباینة» از تألیفات ابن‌البغدادی درسال ۱۹۴۷ میلادی در جزو «الرسائل‌المتفرقة فی‌الهیئة للمتقدمین و معاصری البیرونی» در حیدرآباد دکن به چاپ رسیده است. بنا به گفتهٔ بیرونی، در مقدمهٔ کتاب مقالید، وی کتاب یا مقاله‌ای دربارهٔ «شکل قطاع» نوشته بوده است.

ابن‌البناء = ابوالعباس احمد بن محمد بن عثمان ازدی مراکشی

از علما وحکمای مراکش متوفی به‌سال ۷۲۱/۱۳۲۱. جامعترین منبع برای کسب اطلاع از احوال و آثار وی مقاله‌ای است که رنو نوشته و

---

1 ــ فهرست کامل این منابع را، که در اینجا به اختصار ذکر کرده‌ام، در پایان کتاب حاضر خواهید یافت.

درآن فهرست ۸۲ جلد از تألیفات وی را آورده است :

RENAUD, H. P. J: Ibn al – Bannâ, de Marrakech, sûfî et mathématicien (Hésperis, vol. 25, 1938, pp. 13–42)

و نیز رجوع کنید به : بروکلمان G_2، ص ۳۳۰ ـ بروکلمان S_2، ص ۳۶۳ ـ دایرةالمعارف اسلام (فرانسوی)، ج ۳ چاپ دوم ص ۷۵۳ ـ سارتن I، ج ۲ ص ۹۹۸ و ج ۳ ص ۶۹۴ ـ سوتر M، ص ۱۶۲ ش ۳۹۹ و یادداشت صفحهٔ ۲۲۷ ـ لغت‌نامه، مقاله «ابن‌البناء» و نیز مقالهٔ «احمدبن عثمان ازدی» ـ نامهٔ‌دانشوران، ج ۲ ص۱۵ .

ابن سینا ← ابوعلی‌سینا .

ابوجعفر خازن = ابوجعفر، محمدبن حسین خراسانی خازن

رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص ۸۸ تا ۹۴

ابوالجود = ابوالجود، محمدبن‌لیث

رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان، ص ۲۱۴ تا ۲۲۰ .

ابوالحسن اقلیدسی ←اقلیدسی

ابوالحسن شمسی‌هروی

(شرح احوال وی را در هیچیك از منابع معتبری که دراختیاردارم نیافتم.)

ریاضی دان ایرانی که در نیمهٔ دوم قرن چهارم هجری یا پیش از آن زمان می‌زیست .

رجوع کنید به‌صفحهٔ ۲۴ کتاب حاضر .

ابوحنیفهٔ دینوری = ابوحنیفه، احمدبن داودبن‌ونند دینوری

رجوع کنید به‌قربانی: ریاضیدانان، ص ۷۰ تا ۷۲

ابوریحان بیرونی ← بیرونی

ابوسعید سجزی ← سجزی

ابوسهل کوهی = ابوسهل، ویجن‌بن رستم‌کوهی

رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص۱۹۵ تا ۲۱۲

ابوعبدالله الشنی = محمدبن احمد،ابوعبدالله‌الشنی

ریاضی‌دانی عالی‌قدر ومعاصر با بیرونی* و ابوالجود* بوده ویا پیش‌از زمان

آنان می‌زیسته است. خیام در کتاب جبر خود او را مهندسی فاضل معرفی کرده و بیرونی* در کتاب «استخراج الاوتار» چندین استدلال برای قضایای هندسی ازوی ذکر کرده است.

رجوع کنید به: بروکلمان S_1، ص ۸۵۲ در ضمن شمارهٔ ۲ـ بروکلمان S_2، ص ۱۰۲۲ ش ۵ ـ بیرونی*: استخراج الاوتار، ص ۱۱و۱۶و۳۳ و ۴۷ و ۶۴ـ سوتر A، ص ۱۸و۱۹و۲۰و۲۱و۲۹ و۴۰ـ سوتر M، ص ۹۷ ش ۲۱۶ ـ مصاحب: حکیم خیام، ص ۲۰۱ـ و پکه: جبر خیام، ص ۵۷ و ۸۳ و متن عربی جبر در همان کتاب ص ۳۴ و۴۸.

ابوعلی سینا = ابوعلی، حسین بن عبدالله بن سینا

رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص ۳۱۱ تا ۳۲۲

ابوالفضل هروی = ابوالفضل، احمد بن ابی سعد هروی

رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص ۱۱۶ تا ۱۱۹

ابوکامل شجاع بن اسلم بن محمد بن شجاع، حاسب مصری

ریاضی‌دان معروف مصری که در نیمهٔ دوم قرن سوم و اوایل قرن چهارم هجری می‌زیست. جامعترین شرح احوال وی را پروفسور هارتنر (*W. Hartner*) در دایرةالمعارف اسلام نوشته است. ترجمه‌های انگلیسی و عبری کتاب جبر وی با یادداشتها و اضافات سودمند توسط لوی مارتین در سال ۱۹۶۶ منتشر شد:

LEVEY, Martin: The Algebra of abū Kamil, Kitāb fī al-jābr wa'l-muqābala, in a Commentary by Mordecai Finci, Madison, Milwaukee, London: 1966

و رجوع کنید به: بروکلمان S_1، ص ۳۹۰ (برای نشانی نسخه‌های خطی آثارش) ـ ترجمهٔ فارسی الفهرست، ص ۵۰۳ (مختصر)ـ دایرةالمعارف اسلام، مقالهٔ *abu Kamil* (چاپ فرانسوی، چاپ دوم، ج ۱ ص ۱۱۶۷) ـ سارتن I، ج ۱ ص ۶۳۰ ـ سوتر M، ص ۴۳ ش ۸۱ ـ لغت‌نامه، حرف الف، ص ۷۸۵ـ یوشکویچ G، ص ۲۲۰ تا ۲۳۴ (برای بررسی آثارش)

ابونصر عراق = ابونصر منصور بن علی بن عراق جیلانی

رجوع کنید به‌قربانی : ریاضیدانان ، ص ۲۲۱ تا ۲۳۹ .

ابوالوفای بوزجانی ← بوزجانی

ارشمیدس (*Archimedes*)

بزرگترین ریاضیدانانو فیزیك دانان ومهندسان‌قدیم که‌درحدود۲۸۷–۲۱۲ قبل از میلاد می‌زیست. رجوع کنید به: سارتن I، ج ۱ ص۱۶۹ تا ۱۷۲– هیث H، ج ۲ ص ۱۶ بـه‌بعد ـ هیث A (همهٔ ایـن‌کتاب دربـارهٔ آثـار ارشمیدس است ودر مقدمهٔ آن شرح احوالش آمده)

اسحاق‌بن حنین = **ابویعقوب ، اسحاق‌بن حنین‌بن اسحاق عبادی**

طبیب و ریاضی‌دان عرب کـه در سال ۲۹۸/۹۱۰ در بغداد وفات یـافت. رجوع کنید به بروکلمان G_1، ص۲۲۷ ش۶ – بروکلمان S_1، ص ۳۶۹– ترجمهٔ فارسی الفهرست ، ص ۵۳۰ – سارتن I ،ج۱ ص ۶۰۰ – سوتر M ، ص ۳۹ ش ۷۴ – کراوزه S، ص ۴۵۷ – لغت‌نامه ، مقالهٔ اسحاق بن‌حنین .

اقلیدسی = **ابوالحسن،احمدبن‌ابراهیم**

دربارهٔ وی فقط می‌دانیم که در سال ۳۴۱/۹۵۲ در دمشق کتاب «الفصول فی‌الحساب‌الهندی» را تألیف کرد. رجوع کنید به ایسیس ($Isis$)، ج۵۷ سال ۱۹۶۶صفحات ۴۷۵ تـا۴۹۰ (جـامعترین منبع)– بروکلمان G_1 ، ص۶۲۱ ش ۵ – بروکلمان S_1، ص ۳۸۷ شd ۶ (در ایـن دوکتاب سال وفات وی به‌غلط ثبت شده است)– کراوزه S . ص۵۱۳ ش ۱.

انطاکی ← مجتبای‌انطاکی.

بطلمیوس = **بطلمیوس القلوذی** (*Ptolemaeos, Claudios*)

منجم و ریاضی‌دان و جغرافیادان معروف حوزهٔ علمی اسکندریه در قرن دوم میلادی. رجوع کنید بـه دایرةالمعارف فارسی، ج ۱ ص ۴۳۳– سارتن I، ج ۱ ص ۲۷۲ تا ۲۷۸ – هیثH، ج ۲ ص۲۷۳ تا ۲۹۷ .

بنوموسی = **محمدواحمد وحسن‌بن‌شاکر.**

رجوع کنید به‌قربانی : ریاضیدانان ، ص ۵۱ تا ۶۲ .

بوزجانی = **ابوالوفا، محمدبن یحیی بن‌اسماعیل.**

رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۱۲۰ تا ۱۵۷ .

بیرونی = **ابوریحان : محمدبن احمد بیرونی**

ریاضی‌دان‌ومنجم وجغرافیادان‌وفیلسوف وسیاح بزرگ‌ایرانی‌ویکی‌ازبزرگترین دانشمندانی‌که تاکنون پا به عرصهٔ وجود گذاشته‌اند . در سال ۳۶۲/۹۷۳ متولد شد ودر ۴۴۲/۱۰۵۰ وفات یافت.کتابها و مقالات‌متعدد به زبانهای مختلف دربارهٔ احوال وآثاراو نوشته‌اندکه فهرست‌آنها دراین‌مختصر نمی‌گنجد.برای شرح احوال اوبه‌فارسی رجوع‌کنید به: «شرح حال نابغهٔ شهیر ایران ابوریحان محمدبن احمد خوارزمی بیرونی » تألیف علی‌اکبر دهخدا تهران، چاپخانهٔ مجلس،سال ۱۳۲۴. ویا به لغت‌نامه مقالهٔ «ابوریحان» — برای‌بحث در افکار وی (به زبان فارسی) رجوع‌کنیدبه‌کتاب «نظرمتفکران اسلامی دربارهٔ طبیعت » تألیف دکتر سید حسین‌نصر ، چاپ تهران ۱۳۴۵ ونیز به‌کتاب‌التفهیم (فارسی) چاپ دوم .

جامعترین منبع برای‌فهرست آثار او وتحقیقاتی‌که دربارهٔ هریك از آنها به عمل‌آمده است مقالهٔ زیر به‌قلم بوآلو است .

BOILOT, D. J : L'oeuvre d' al – Biruni : essai bibliographique (Mélanges de l' Institut Dominicaine d' études orientales du Caire, vol. 2, 1955, pp. 161 – 256, Corrigenda et addenda, vol. 3, 1956, pp. 391–396

باید مطالب فهرست مذکور را با مراجعه به‌کتاب ایندکس ایسلامیکوس (*Index Islamicus*) ،

ج۱،چاپ۱۹۶۱ ص۱۴۶ تا ۱۴۸ ومتمم اول‌آن‌کتاب، چاپ۱۹۶۲،ص۴۹ ومتمم دوم آن کتاب ، چاپ ۱۹۶۷ ص ۴۶ تکمیل‌کرد .

ونیزرجوع‌کنید به‌بروکلمان G_1، ص ۶۲۶ به‌بعد– بروکلمان S_1، ص ۸۷۰ به‌بعد– دائرةالمعارف فارسی، ج ۱ مقالهٔ « ابوریحان بیرونی» و همهٔ دایرةالمعارفهاری معتبر دیگر به زبانهای خارجی و از جمله دایرةالمعارف اسلام مقالهٔ *Biruni* — سارتن I ، ج ۱ ص ۷۰۷ (درآنجا نام منابع دیگری را خواهید یافت) — سوتر M ، ص۹۸ ش ۲۱۸ — یوشکویچ G ص ۳۰۱

پاپوس (*Pappos of Alexandria*)

ریاضی‌دان یونانی، ازمردم‌اسکندریه که‌دراواخر قرن‌سوم میلادی حیات‌داشت.
رجوع کنید به دایرةالمعارف فارسی ، ج ۱ ص ۵۰۱ – سارتن I، ج۱ص ۳۳۷(جامع)- هیث H، ج ۲ ص ۳۵۵ تا ۴۳۹ (بهترین‌منبع برای‌بحث در آثار او).

تقی‌الدین بن عزالدین حنبلی

ریاضی‌دانی ازمردم مصریاسوریه‌بودو پیش ازسال ۸۱۲/۱۴۰۹ می‌زیست.
رجوع کنید‌به‌بروکلمان S_2،ص ۱۵۶ –سارتن I ، ج ۳ص ۱۵۲۷ –سوتر M، ص ۱۹۹ ش ۵۰۲.

ثابت‌بن‌قره = ابوالحسن ثابت‌بن قرةبن مروان حرانی

در حدود سال ۲۲۱/۸۳۶ متولد شد و درسال ۲۸۸/۹۰۱ درگذشت.
یکی از برجسته‌ترین مترجمان از زبانهای یونانی و سریانی به عربی و نیز ریاضی‌دان و منجمی عالی‌قدر بودکه آثار بدیع ریاضی به وجود آورد . بهترین منبع برای‌کسب اطلاع از آثار واحوال وی کتاب زیر از تألیفات کارمودی است .

FRANCIS J. CARMODY: The Astronomical work of Thabit b. Qurra., University of California Press, 1960

و نیز رجوع کنید به: بروکلمان G_1، ص ۲۴۱ – برکلمان S_1، ص ۳۸۴– تاریخ‌الحکماء، ص ۴۴۵ – ترجمهٔ فارسی‌الفهرست، ص ۴۸۹–سارتن I، ج ۱ ص ۵۹۹ – سوتر M، ص ۳۴ ش ۶۶– کراوزه S، ص ۴۵۳ ش ۶۶ – لغت‌نامه، مقالهٔ « ثابت‌بن‌قره » .

الحصار = ابوبکر (یاابوزکریا) محمدبن عبدالله‌بن عیاش معروف به‌الحصار

ریاضی‌دان عالی‌قدری از اهل یکی ازکشورهای اسلامی غربی بودکه پیش از ابن‌البناء* می‌زیست. رجوع کنید به بروکلمان S_2 ، ص۱۵۴– ژورنال آزیاتیك ، دورهٔ پنجم ، ج ۴ سال ۱۸۵۴ ص ۳۷۰ – سارتن I ، ج ۲ ص۴۰۰ – سوتر M ، ص ۱۹۷ ش ۴۹۷ -- کراوزه S، ص ۵۱۲ .

خوارزمی = ابوعبدالله محمدبن موسی

رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۱ تا ۳۳ .

سجزی = ابوسعید ، احمدبن محمدبن عبدالجلیل

رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۲۵۰ تا ۲۶۸ .

سلیمان بن عصمة = **ابو داود سلیمان بن عصمة (عقبه)**

ریاضی‌دانی معاصر با ابوجعفر خازن بود. به قول بیرونی* (در استخراج الاوتار ، ص۳۸ و۱۲۸) وی مؤلف رساله‌ای بوده موسوم به « رسالة فی‌مساحة ذوات‌النواحی» و نیز زیجی نوشته‌بوده است موسوم به «زیج عمل النیرین» . و به‌قول نسوی (رجوع کنید به صفحهٔ ۲۰ کتاب حاضر) تفسیری نوشته بوده است برمجسطی بطلمیوس. ورجوع کنید به بروکلمان S_1، ص ۸۵۵ ش $3a$ – سوتر M، ص ۵۶ ش ۱۱۷.

الشنی← ابوعبدالله‌الشنی

شهمردان رازی = **شهمردان بن ابوالخیر رازی**

دبیر و مستوفی وعالم به احکام نجوم بود که در نیمهٔ دوم قرن پنجم هجری می‌زیست . جامعترین منبع برای شرح احوال و آثاروی مقالهٔ زیر به قلم لازار است ،

LAZARD, G: Un amateur de seiences au 5 ème sièele de l' hégire, Shahmardan de Ray (Mélanges H. Massé 1963, pp. 219 – 228

و نیز رجوع کنید بـه: استوریP، ج ۲ ص۴۵ ش ۸۱– کمپانیونی H، ص ۱۸۲ – گاه‌شماری، ذیـل صفحهٔ ۲۳۵ – گاهنامهٔ سال ۱۳۱۱، ص ۱۲۵ .

صاغانی = **ابوحامد ، احمدبن محمدصاغانی**

رجوع کنید به قربانی : ریاضیدانان ، ص ۱۱۳ تا ۱۱۵

طوسی← نصیرالدین طوسی

عبدالملک شیرازی

رجوع کنید به قربانی : عبدالملک شیرازی

علی قلصادی ←قلصادی.

غیاث‌الدین جمشید← کاشانی

فارابی = **ابونصر محمدبن محمدبن‌طرخان فارابی**

رجوع کنید به: بروکلمان G_1، ص۲۳۲– بروکلمان S_1، ص۳۷۵ –«تاریخ

علوم عقلی» تألیف دکتر ذبیح‌الله صفا، ج ۱ ص۱۷۹ به بعد ــ دایرةالمعارف اسلام (فرانسوی)، ج۲ چاپ دوم ص۷۹۷ (جامع) ــ سارتن I، ج۱ ص۶۲۸ ــ سوتر M، ص ۵۴ ش ۱۱۶ ــ لغت‌نامه مقالهٔ « ابونصر فارابی» (مخصوصاً شرحی که از استاد بدیع‌الزمان فروزانفر در آنجا نقل شده است.)

فرغانی = **ابوالعباس احمدبن‌کثیر**

رجوع کنید به: الدومییلی S، ص۸۲ و ۸۷ ش ۷ ــ بروکلمان G_1، ص۲۴۹ ــ بروکلمان S_1، ص۳۹۲ ــ سارتن I، ج۱ ص۵۶۷ ــ سوتر M، ص۱۸ ش ۳۹ ــ لغت‌نامه ، مقالهٔ «ابن کثیر».

فیبوناتچی (*Fibonacci , Leonardo*)

که به نام *Leonardo Pisano* نیز معروف است. از اهل ایتالیا و نخستین ریاضی دان بزرك در قرن سیزدهم و بزرگترین و پرکارترین ریاضی دانان اروپائی در قرون وسطی بود. وی در سال ۱۲۰۲ میلادی کتاب معروف *Liber Abaci* را دربارهٔ حساب وجبر نوشت. رجوع کنید به: اسمیث H، ج، ۱ ص۲۱۴ تا ۲۱۸ ــ سارتن I، ج۲، ص۶۱۱ تا ۶۱۳ (جامع) ــ کاژری H، ص۱۲۰ تا ۱۲۵

قطب‌الدین‌شیرازی = **محمودبن‌مسعود، قطب‌الدین**

رجوع کنید به قربانی: قطب‌الدین شیرازی

قلصادی = ابوالحسن، علی‌بن‌محمدقرشی بسطی ملقب به نورالدین ومشهور به قلصادی از ریاضی‌دانان مسلمان وعرب اندلسی بود و به‌سال۸۹۱/۱۴۸۶ درگذشت. رجوع کنید به بروکلمان G_2، ص۳۴۳ ــ بروکلمان S_2، ص۳۷۸ ــ ژورنال آزیاتیك، دورهٔ پنجم، ج۱۴ سال ۱۸۵۹ ص۴۳۷ تا ۴۴۸ (جامعترین منبع) ــ سارتن I، ج۳ ص۱۷۶۵ ــ سوتر N، ص۱۸۰ ش ۴۴۴ ــ قربانی رمزها ــ لغت‌نامه، مقالهٔ علی قلصادی

کاشانی = **غیاث‌الدین جمشیدبن مسعودکاشانی**

رجوع کنید به قربانی: کاشانی نامه (همهٔ این کتاب دربارهٔ احوال وآثار ریاضی این ریاضی‌دان بزرگ ایرانی است.)

کرجی = **ابوبکر محمدبن حسین‌کرجی** (که سابق براین وی را به غلط کرخی می‌نامیدند) رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان، ص۲۶۹ تا ۲۸۳.

کلواذانی = **ابونصر محمدبن عبدالله کلواذانی حاسب**

حاسبی زبردست وعالم به‌هندسه ونجوم‌بود ودرحدودسال ۳۷۷ هجری‌قمری (سال تألیف کتاب‌الفهرست توسط ابن‌ندیم) حیات داشت . رجوع کنید به ترجمهٔ فارسی‌الفهرست ص۵۰۷ .

کمال‌الدین‌فارسی = **ابوالحسن، حسن‌بن‌علی‌بن‌حسن‌کمال‌الدین فارسی**

رجوع کنید به قربانی: دو ریاضی‌دان ایرانی، ص۹ تا ۳۲

کندی = **ابویوسف، یعقوب‌بن اسحاق‌بن صباح‌کندی**

ملقب به فیلسوف‌العرب. رجوع کنید به‌ترجمهٔ فارسی‌الفهرست، ص۶۶۴– تعلیقات چهارمقاله، توسط دکتر محمد معین، ص ۲۷۴ – سارتنI، ج ۱ ص ۵۵۹– سوترM، ص ۲۳ ش ۴۵.

کوشیار گیلی (جیلی) = **کیا ابوالحسن‌کوشیار بن‌لبان‌گیلی**

رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان . ص۱۶۹ تا ۱۸۲ .

ماهانی = **ابوعبدالله محمدبن‌عیسی ماهانی**

رجوع کنید به‌قربانی: ریاضیدانان ، ص۶۳ تا ۶۹

مجتبای انطاکی = **ابوالقاسم، علی‌بن‌احمد، ملقب‌به‌مجتبی**

یکی از افاضل ریاضی‌دانان و علمای عدد و هندسه بود که در ۳۷۶/۹۸۷ درگذشت. رجوع کنید‌به: استوریP، ج ۲ ص۴۲ ش ۷۶ –ترجمهٔ فارسی الفهرست، ص۵۰۷ – سوتر M، ص۶۳ ش۱۴۰ – لغت نامه، مقالهٔ «علی انطاکی» ونیز مقاله «ابوالقاسم انطاکی» .

محمدبن‌ابوبکر فارسی = **بدرالدین**

منجم بود ودر یمن‌می‌زیست وبه‌سال ۶۷۷/۱۲۷۸ درگذشت.

رجوع کنید بـه : بروکلمانG_1 ، ص ۶۲۵– بروکلمانS_1 ، ص۸۶۶ – سارتنI، ج۲ص۱۰۰۵–سوترM،ص۱۳۹ش۳۴۹وص۲۱۸ (ومخصوصاً) سوترN، ص ۱۷۵ – کراوزه S، ص ۴۹۱ – کندی Z، ص۱۳۲ ش۵۴– گاه‌شماری، ص۳۶۶.

محمدبن‌ایوب طبری ، ابوجعفر

ریاضی‌دان و منجم ایرانی که در نیمهٔ دوم قرن پنجم هجری (و نه چنانکه در شمارنامه نوشته شده در اواخر قرن چهارم) می‌زیست. رجوع کنید بـه:

استوری P، ج ۲ ص۳ ش۵ ــ بروکلمان S_1، ص ۸۵۹ ش $9c$ــ سوتر M، ص۱۴۴ ش۳۶۰ــ کراوزه S، ص ۴۹۲ ــ کندی Z، ص۱۳۴ ــ مفتاح‌المعاملات، (مقدمهٔ آن کتاب) .

محمدباقر یزدی = **ملامحمدباقر بن زین‌العابدین یزدی**

رجوع کنید به قربانی : دو ریاضی‌دان ایرانی.ص۳۳ تا ۴۱

منلائوس (*Menelaus*)

ریاضی‌دان بزرگ ومنجم وحکیم ازاهل اسکندریه که در حدود سال ۱۰۰ میلادی می‌زیست. رجوع کنید به: سارتن I، ج۱ ص ۲۵۳ و۲۵۴ (مشتمل بر فهرست تحقیقاتی که دربارهٔ وی به عمل آمده) ــ هیث H، ج۲ ص ۲۶۰ تا ۲۷۳ (مشتمل بر بررسی آثار ریاضی وی.)

نصیرالدین طوسی = **ابوجعفر محمدبن‌محمد معروف به‌خواجه نصیرالدین طوسی**

فیلسوف و ریاضی‌دان ومنجم و دانشمند ایرانی و یکی از بزرگترین ریاضی دانان و حکمای اسلامی که در سال ۶۷۲/۱۲۷۴ درگذشت.

کتابها ومقالات متعدد به‌زبانهای مختلف دربارهٔ شرح احوال و آثار وی نوشته‌اند که فهرست آنها در این مختصر نمی‌گنجد . مثلا در زبان فارسی : یادنامهٔ خواجه‌نصیرالدین طوسی، چاپ دانشگاه تهران و کتاب «احوال و آثارخواجهٔ نصیرالدین طوسی» تألیف مدرس رضوی چاپ تهران سال۱۳۳۴ (برخی‌ازمطالب آن‌کتاب محتاج تصحیح است).

در زبان‌های اروپائی یکی از جامعترین شرح احوال و آثاروی را سارتن در سال ۱۹۳۶ در کتاب مدخل تاریخ علم نوشته است (سارتن I، ج۲ صفحات ۱۰۰۱ تا ۱۰۱۲) و می‌توان مطالب آن را با مراجعه به‌کتاب ایندکس‌ایسلامیکوس(*Index Islamicus*)ج۱چاپ‌سال۱۹۵۹،ص۱۶۶ تکمیل کرد .

ونیز رجوع کنیدبه استوری P ، ج ۲ص۶و۷ــبروکلمان G_1ص۶۷۰ به بعد و بروکلمان S_1 ، ص۹۲۴ (مشتمل برنشانی نسخه‌های‌خطی آثار او) ــ سوتر M، ص ۱۴۶ تا ۱۵۳ ــ فهرست‌دانشگاه، ج۲ ص ۱۱۰۱ و۱۱۰۴ و۱۱۰۵ وغیره

نیریزی = **ابوالعباس‌فضل بن حاتم‌نیریزی**

رجوع کنید به قربانی: ریاضیدانان ، ص ۷۳ تا ۸۷ .

فهرست منابع و مآخذ

(به ترتیب الفبایی علائم اختصاری آنها)

استوری P

STOREY, C. A.: Persian Literature, vol. 2, part I, London 1958.

اسمیث H

SMITH, D. E: History of Mathematics, 2vol., 1951– 1953, U. S. A.

الاشباع

کتاب الاشباع فی‌شرح الشکل القطاع ـ تألیف نسوی (رجوع کنید به صفحه ۲۰ کتاب حاضر)

التفهیم عربی

متن عربی کتاب « التفهیم لاوائل صناعة التنجیم » تألیف بیرونی و ترجمهٔ انگلیسی آن توسط رمزی ریت (*R.Ramsay Wright*)، لندن ۱۹۳۴

التفهیم فارسی

التفهیم لاوائل صناعة التنجیم . تألیف بیرونی با تصحیح و مقدمه و شرح و حواشی توسط آقای جلال همائی ، چاپ تهران ۱۳۱۶ ـ ۱۳۱۸ ـ چاپ جدیدی از این کتاب در دست تهیه است .

الدومییلی S

MIELI, Aldo: La science arabe et son rôle dans l'evolution scientifique mondiale., Leiden 1966

المقنع

المقنع فی‌الحساب‌الهندی. تألیف نسوی. عکس نسخهٔ خطی آن در پایان بخش سوم کتاب حاضر به‌چاپ رسیده است. و رجوع کنید به صفحهٔ ۱۱ به بعد کتاب حاضر.

ایسیس

ISIS. Official Quarterly Journal of the History of Science Society

مجلهٔ ایسیس را دانشمند فقید جرج سارتن در سال ۱۹۱۳ میلادی تأسیس کرد که هنوز هم منتشر می‌شود.

ایندکس ایسلامیکوس

PEARSON, J. D.: Index Islamicus 1906-1955, Cambridge 1958 – Supplement 1956–1960, Cambridge 1962– Second Supplement 1961–1965, Cambridge1967

ایوز I

EVES, Howard: An Introduction to the History of Mathematics, Revised edition, 1964

بازنامه

کتاب بازنامه تألیف نسوی، نسخهٔ خطی شمارهٔ ۴۹۲/۱۸ کتابخانهٔ ملی‌ملك

بروکلمانG ـ بروکلمانS

BROCKELMANN, Carl,: Geschichte der Arabischen Litteratur.

درکتاب حاضر از **چاپ دوم** (۱۹۴۹ ـ ۱۹۴۳) جلدهای اول و دوم‌کتاب فوق با عنوان‌های اختصاری «بروکلمانG_1» و «بروکلمانG_2» و از متممهای آن با عنوانهای اختصاری «بروکلمانS_1» و «بروکلمانS_2» نام برده‌ام. (خاطرنشان می‌کنم که شماره‌های صفحات G_1 و G_2 که درکتاب حاضر به‌آنها اشاره شده است مربوط به **چاپ دوم** آن‌کتاب است).

بو آلو

مقاله دربارهٔ کتابشناسی آثار بیرونی(رجوع کنید بهصفحهٔ ۱۸۳ کتاب حاضر)

بیرونی : استخراج الاوتار

«رسائل البیرونی»، چاپ حیدرآباد دکن، ۱۹۴۸ م. رسالهٔ اول «استخراج ـ الاوتارفی الدائرة» .

بیرونی : راشیکات

«رسائل البیرونی» چاپ حیدرآباد دکن ، ۱۹۴۸ م. رسالهٔ چهارم «مقالة فی راشیکات الهند»

بیرونی : قانون

«القانون المسعودی»، تألیف بیرونی، چاپ حیدرآباد دکن، ۱۹۵۴ م. درسه جلد

بیرونی : مقالید

«مقالید علم الهیئة» ، تألیف بیرونی . فیلم شمارهٔ ۳۵۹۷ کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران ، از صفحهٔ ۱۶۸ تا ۱۹۰ ــ نسخهٔ خطی شمارهٔ ۵۶۷/۲۳ کتابخانهٔ مدرسهٔ عالی سپهسالار .

تاریخ علم

تألیف **جورج سارتون.** ترجمهٔ **احمد آرام**، چاپ تهران ۱۳۳۶ ه. ش.

تاریخ علوم عقلی

تاریخ علوم عقلی درتمدن اسلامی. تألیف دکترذبیح الله صفا ، جلد اول چاپ تهران ۱۳۳۱ ــ ۱۳۲۹ .

تتمهٔ صوان الحکمة

کتاب **تتمهٔ صوان الحکمة** تألیف علی بن زید بیهقی، چاپ لاهور، توسط محمد شفیع ، ۱۹۳۵ میلادی (ورجوع کنید به درة الاخبار در همین فهرست) .

ترجمهٔ فارسی الفهرست

ترجمهٔ فارسی **کتاب الفهرست** تألیف ابوالفرج محمدبن اسحق معروف به **ابن الندیم** توسط م. تجدد ، تهران کتابفروشی ابن سینا ، ۱۳۴۳ ه.ش.

تعلیقات چهارمقاله

تعلیقات چهار مقالهٔ نظامی عروضی، توسط دکترمحمدمعین، چاپ سوم ۱۳۳۳

دایرةالمعارف اسلام

Encyclopaedia of Islam = Encyclopédie de l' Islam

چاپ جدید . تاکنون سه جلد از آن از ۱۹۶۰ به بعد به‌چاپ رسیده‌است (به زبانهای انگلیسی و فرانسوی و آلمانی.)

دایرةالمعارف فارسی

به‌سرپرستی آقای‌دکتر **غلامحسین‌مصاحب** ، جلد اول (ا ــ س) چاپ‌اول ۱۳۴۵

درةالاخبار

درةالاخبار ولمعةالابرار (ترجمهٔ فارسی تتمهٔ صوان‌الحکمة) چــاپ تهران ۱۳۱۸ شمسی، ضمیمهٔ سال پنجم مجلهٔ مهر .

درةالتاج

درةالتاج لغرةالدباج ، تصنیف **قطب‌الدین‌محمود شیرازی** ، بخش دوم،چاپ اول ۱۳۲۴ ه . ش.

رنو

مقاله دربارهٔشرح احوال وآثار **ابن‌البناء** مراکشی(رجوع کنید به صفحهٔ۱۸۰ کتاب حاضر) .

ریحانةالادب

ریحانةالادب یا « کنی‌والقاب » تألیف **محمدعلی تبریزی معروف به مدرس** در شش‌جلد، جلد اول‌چاپ دوم ۱۳۳۵ ه . ش. ــ جلدهای دوم‌تا ششم چــاپ اول ۱۳۲۷ تا ۱۳۳۳ ه . ش.

ژورنال‌آزیاتیك (مجله)

Journal asiatique

سارتن *I*

SARTON, G. : Introduction to the History of Science, vol. I, 1950, vol. II and III (each in 2 parts) 1953. Baltimore.

سجزی، شکل‌قطاع

رسالة فی‌الشکل‌القطاع . تألیف **احمدبن‌محمدبن عبدالجلیل‌سجزی** ، چــاپ حیدرآباد دکن، ۱۳۶۷ ه . ق. رسالهٔ دهم از «الرسائل المتفرقه فی‌الهیئة».

سعیدان E

SAIDAN, A. S. :The Earliest Extant Arabic Arithmetic, Kitab āl – Fusūl fī al– Hisāb al–Hindī of Abū al – Hasan, Ahmad ibn Ibrāhīm al – Uqlīdisī. (Isis. vol. 57, 1966, pp. 475-490)

سوتر A

SUTER, H. : Das Buch der Auffindung der Sehnen inKreise von Abûl – Raihân Muh. el– Birûnī (Bibliotheca Mathematica, III Folge, 11 Band, 1910–1911, pp. 11--78)

سوتر M

SUTER, H. : Die Mathematiker und Astronomen der Araber und ihre Werke (Abhandlungen zur Geschichte der mathematischen Wissenschaften. Hefte 10, Leipzig 1900)

سوترN

SUTER, H.: Nachträge und Berichtigungen

متمم مقالهٔ «سوتر*M*» در همان مجله دفتر ۱۴سال۱۹۰۲صفحات۱۵۵تا۱۸۵

سوتر U

SUTER, H. :Über das Rechenbuch des Alî ben Ahmed el – Nasavi. (Bibliotheca Mathematica, 3 Folge, 7 Band, 1906–1907, pp. 113–119)

شمارنامه

شمارنامه. تألیف محمدبن‌ایوب‌طبری. از انتشارات بنیاد فرهنگ‌ایران۱۳۴۵

شوی T

SCHOy, C. : Die trigonametrischen Lehren des persischen astronomen Abu'l –Raihan Muh. ibn Ahmad al–Birûnî. Hanover, 1927.

شیرمر *A*

SCHIRMER, O. : Studien zur Astronomie der Araber. (Zitz ungbr. der Phy.– Med. Sozietät, Erlangen, 1926–1927, vol. 58–59, pp. 33–88

صایبلی *O*

SAYILI, Aydin.: The Observatory in Islam, Ankara, 1960.

صدیقی *H*

صدیقی، دکترغلامحسین : مقالهٔ «حکیم نسوی » مجلهٔ دانشکدهٔ ادبیات (تهران) شمارهٔ اول سال ششم ، مهرماه ۱۳۳۷ شمسی ، ص ۱۲ تا ۱۸ .

طوسی : تحریر مأخوذات

کتاب مأخوذات لارشمیدس ، تحریر **نصیرالدین طوسی**، چاپ حیدرآباد دکن، ۱۳۵۹ ه . ق . (در جزو الرسائل التسع،طوسی ، رسالهٔ سوم).

طوسی : تحریر مانالاوس

کتاب مانالاوس فی الاشکال الکریة ، تحریر **نصیرالدین طوسی**، چاپ حیدرآباد دکن، ۱۳۵۹ ه . ق. (در جزوالرسائل التسع، طوسی، رسالهٔ نهم).

طوسی : جوامع

کتاب جوامع الحساب بالتخت والتراب . تألیف **نصیرالدین طوسی** . در جلدبیستم مجلة الابحاث، سال ۱۹۶۷ صفحات ۹۱ تا ۱۶۴ و ۲۱۳ تا ۲۹۲ منتشر شده است (ورجوع کنید به یاد داشت شمارهٔ ۵ ذیل صفحهٔ ۳۷ کتاب حاضر) .

طوسی : شکل القطاع

کتاب الشکل القطاع (= کشف القناع عن اسرار شکل القطاع = کتاب دعاوی ــ الشکل المعروف بالقطاع) تالیف **نصیرالدین طوسی** ، چاپ قسطنطنیه (متن عربی با ترجمهٔ فرانسوی آن) سال ۱۳۰۹ ه . ق = ۱۸۹۱م توسط الکساندر پاشا کاراتئودری با عنوان،

Traité du quadrilatère, par Caratheodory

عیون الحساب

تألیف محمدباقریزدی. رجوع کنید به قربانی : دو ریاضیدان ایرانی ، ص ۳۴

فهرست (سوم) ادبیات

فهرست نسخه‌های خطی دانشکدهٔ ادبیات تهران ــ مجموعهٔ امام جمعهٔ کرمان، نگارش آقای محمدتقی دانش‌پژوه . به جـای شمارهٔ اول سال سیزدهـم مجلهٔ دانشکدهٔ ادبیات تهران ، مهرماه ۱۳۴۴ .

فهرست دانشگاه

فهرست نسخه‌های خطی کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه تهران، تألیف آقای محمدتقی دانش پژوه در پانزده جلد .

فهرست رامپور

فهرست کتب عربی کتابخانهٔ رامپور ، رامپور ۱۹۰۲

فهرست رضوی

فهرست کتابخانهٔ آستان‌قدس رضوی ، تألیف آقای عبدالعلی اکتایی، جلدسوم فصل هفدهم.

فهرست سپهسالار

فهرست کتابخانهٔ مدرسهٔ سپهسالار. از محمدتقی دانش‌پژوه وعلینقی منزوی، بخش سوم و بخش چهارم .

فهرست فارسی

فهرست نسخه‌های خطی فارسی ، جلد یکم ، تألیف آقای احمد منزوی، تهران ۱۳۴۸ هـ . ش.

فهرست مجلس

فهرست کتابخانهٔ مجلس شورای‌ملی در ۱۹ جلد .

فهرست میکروفیلمها

فهرست میکروفیلمهای کتابخانهٔ مرکزی دانشگاه‌تهران، تألیف آقای محمدتقی دانش‌پژوه . تهران ۱۳۴۸ هـ . ش.

قربانی: دو ریاضی‌دان

کتاب دو ریاضی‌دان ایرانی وشمه‌ای دربارهٔ عددهای متحاب، تألیف ابوالقاسم قربانی از نشریات مرکز تحقیقات علمی وتاریخی مدرسهٔ عالی دختران ایران، دیماه ۱۳۴۷ .

قربانی: رمزها

مقالهٔ «**رمزها و علامتهایی که مسلمانان در جبر به‌کار برده‌اند**» نوشتهٔ ابوالقاسم‌قربانی، (مجلهٔ علمی وفنی سخن، شمارهٔ ۱ سال ششم، ۱۳۴۶ ه . ش. صفحات ۴ تا ۷)

قربانی : ریاضیدانان

کتاب : **ریاضیدانان ایرانی - از خوارزمی تا ابن‌سینا.** پژوهش و نگارش ابوالقاسم قربانی، نشریهٔ شمارهٔ ۱۴ مدرسهٔ عالی دختران ایران. تهران ۱۳۵۰ خورشیدی .

قربانی: عبدالملک‌شیرازی

مقالهٔ «**عبدالملک شیرازی - ریاضی‌دان ایرانی**» نوشتهٔ ابوالقاسم قربانی، (مجلهٔ یغما شمارهٔ دهم سال نوزدهم، دیماه ۱۳۴۵ صفحات ۵۳۴ و۵۳۵)

قربانی: قطب‌الدین‌شیرازی

مقالهٔ «**قطب‌الدین شیرازی - ریاضی‌دان بزرگ ایرانی**» نوشتهٔ ابوالقاسم قربانی ، (مجلهٔ راهنمای‌کتاب شمارهٔ هشتم سال یازدهم ، آبان و آذر ۱۳۴۷ ه . ش. صفحات ۴۲۹ تا ۴۳۵.)

قربانی: کاشانی‌نامه

کاشانی نامه : تحقیق دراحوال و آثارغیاث‌الدین جمشیدکاشانی، نگارش ابوالقاسم قربانی. شمارهٔ ۱۳۲۲ ازانتشارات دانشگاه تهران ، اردیبهشت مـاه ۱۳۵۰ ه . ش .

کارادو وA

CARRA DE VAUX: Sur l'histoire de l'arithmetique arabe (Bibliotheca Mathematica, No 2. 1899, p p. 33–36)

کارمودی A

CARMODY, F.J. : The Astronomical Works of Thabit b.Qurra' University of California Press, 1960.

کاژری H

CAJORI, F. : A History of Mathematics, New York, 1919.

کانتور *V*

CANTOR, M. : Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. vol. I, Leipzig 1907

کراوزه *S*

KRAUSE, M. :Stanbuler Handschriften islamischer Mathematiker (Quellen und Studien zur Geschichte der Math. Astr. und Physik, Abteilung B. Studien. Band 3, 1936)

کشف‌الظنون

کشف‌الظنون فی اسماء الکتب والفنون . تألیف حاجی خلیفه ، چاپ استانبول در دو جلد .

کمپانیونی *H*

مقالهٔ : « **حکیم ابوحاتم اسفزاری** » نوشتهٔ **البرت ناپلئون کمپانیونی** (مجلهٔ دانشکدهٔ ادبیات تهران، شماره‌های ۱ و ۲ سال پنجم، ص۱۶۶ تا ۲۳۰)

کندی *Z*

KENNEDY, E.S.: A Survey of Islamic Astronomical Tables (Transactions of the American Philosophical Society, New series, vol. 46, Part 2, 1956)

کهل *G*

KOHL, Karl: Zur Geschichte der Dreiteilung des Winkels. (Sitzunber. der Phys. -- med. Sozietät in Erlangen , 54 und 55 Band, 1922--1923, pp. 180–189)

گاه شماری

گاهشماری در ایران قدیم . تألیف **سیدحسن تقی‌زاده** ، تهران ۱۳۱۶ ه . ش.

گاهنامه

تألیف **سیدجلال‌الدین طهرانی**، سال ۱۳۱۱

لازار

مقاله دربارهٔ شرح احوال وآثار **شهمردان رازی** (رجوع کنید به صفحهٔ ۱۸۵ کتاب حاضر) .

لغت نامه

تألیف علامه دهخدا.

لوکی *R*

LUCKEY, Paul: Die Rechenkunst bei Gamšīd b. Mas'ūd al – Kāši(Abhandlungen für die Kunde des Morgenlandes, XXXI, 1, Wiesbaden, 1951)

لوی مارتین

ترجمهٔ انگلیسی وعبری کتاب «جبر ومقابله» تألیف **ابوکامل شجاع بن اسلم** (رجوع کنید به‌صفحهٔ ۱۸۱ کتاب حاضر).

لوی و پتروك

LEVEY, M–PETRUCK, M.: Kūshyār ibn Labban, Principles of Hind Reckoning. A translation With introduction and notes of the kitāb fī usūl Hisāb al-Hind. Madison and Milwaukee, 1965

مدرس رضوی : احوال و آثار طوسی

کتاب شرح **احوال و آثار خواجه نصیرالدین طوسی** تألیف آقای **مدرس رضوی** چاپ دانشگاه تهران، سال ۱۳۳۴ .

مصاحب : حکیم خیام

مصاحب: دکتر غلامحسین : «حکیم عمرخیام بعنوان عالم جبر» چاپ تهران، ۱۳۳۹ ه . ش. شمارهٔ ۳۸ از سلسله انتشارات انجمن آثار ملی .

مفتاح الحساب

تألیف غیاث‌الدین جمشید کاشانی، چاپ سنگی تهران ۱۳۰۶ ه . ق .

مفتاح المعاملات

تألیف محمدبن‌ایوب‌طبری به‌کوشش دکتر محمد امین‌ریاحی. ازانتشارات بنیاد فرهنگ ایران (علم در ایران شمارهٔ ۱۲) تهران ۱۳۴۹ .

مونتوکلا *H*

MONTUCLA, J.F. : Histoire des Mathematiques. 4 vol. Paris 1799–1802

نامهٔ دانشوران

چاپ اول درپنج جلد .

نصر : نظرمتفکران

دکتر سید حسین‌نصر : نظرمتفکران اسلامی دربارهٔ طبیعت ، تهران ، چاپ دوم اسفند ۱۳۴۵ .

نه‌مقالهٔ هندسه

تألیف حسن‌صفاری_ ابوالقاسم قربانی، چاپ‌تهران، کتابفروشی علی‌اکبرعلمی سال ۱۳۳۲ .

و پکه : جبر خیام

WOEPCKE, F. : L' Algèbre d' Omar Alkhayyâmî, publiée, traduite et accompagnée d' extraits de manuscrits inédits, Paris, 1851

و پکه *I*

WOEPCKE, F.: La propagation des chiffres indiens.(Journal asiatique, 6 ème série, tome 1, 1863, pp. 27 – 78, 234 – 289,442–529)

هیث *A*

HEATH, T. L. : The Works of Archimedes, NewYork. 1912

یادنامهٔ خواجه‌نصیرالدین‌طوسی

چاپ دانشگاه تهران ، ۱۳۳۶

یوشکویچ *G*

JUSCHKEWITSCH, A. P. : Geschichte der Mathematik im Mittelalter. Edition Leipzig 1964.

فهرست عمومی الفبائی

در این فهرست مطالب و اصطلاحات باحروف سیاه واعلام و اسامی کتابها و رسالات با حروف متن چاپ شده و برای آنکه اسامی کتابها و رسالات و مجلات از اعلام ممتاز باشد در دنبال نام هرکتاب یا رساله نوع آن در پرانتز نوشته شده است.

اعدادی که با ارقام سیاه چاپ شده نمایندهٔ صفحاتی از کتاب است که عنوان مورد بحث درآنها جامعتر تعریف شده یا دربارهٔ آن اطلاعات بیشتر داده شده است.

← علامت ارجاع است.

آ ــ الف

ب

پ

ت

ث

ج

ح

گ

ل